北京大学计算机学院

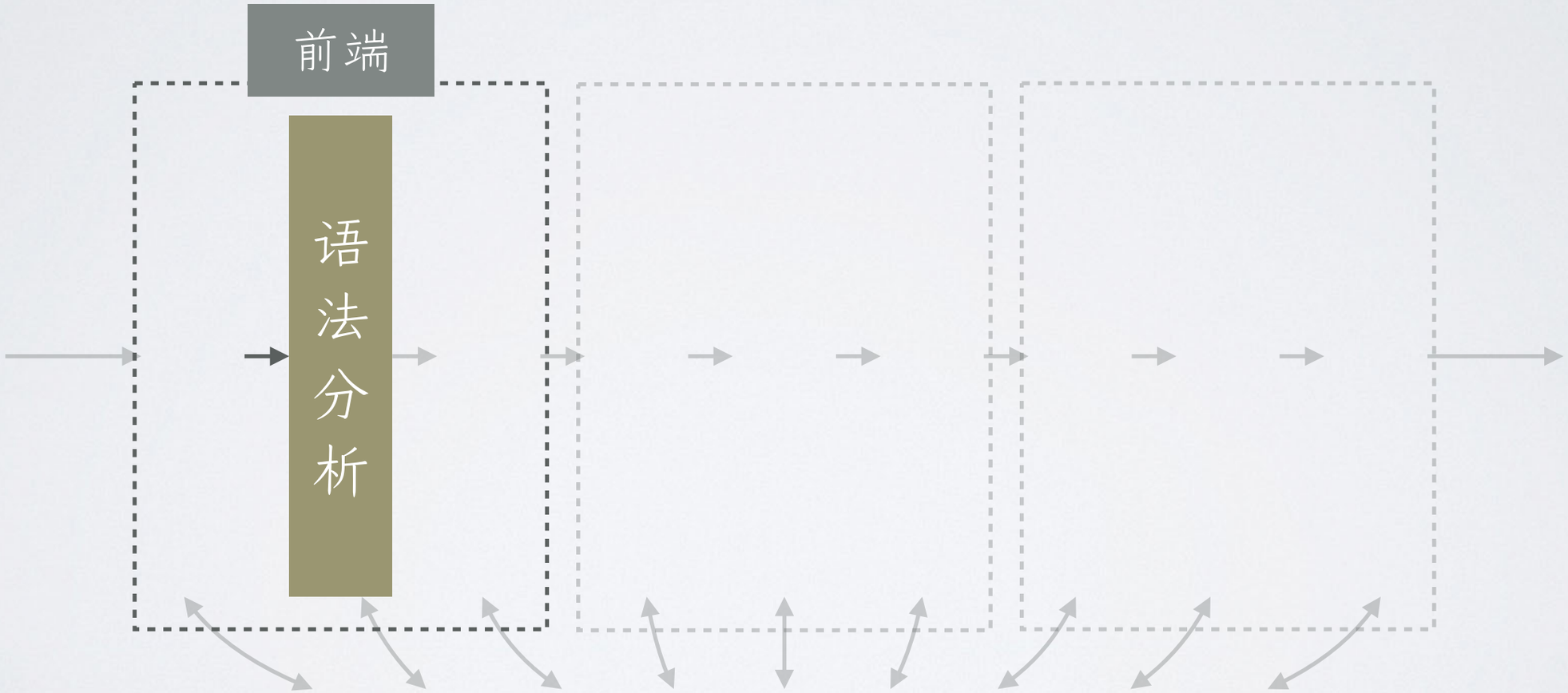
2025 年春季学期　　《编译原理(实验班)》

第九讲　语法分析（进阶版）

Advanced Topics in Syntax Analysis

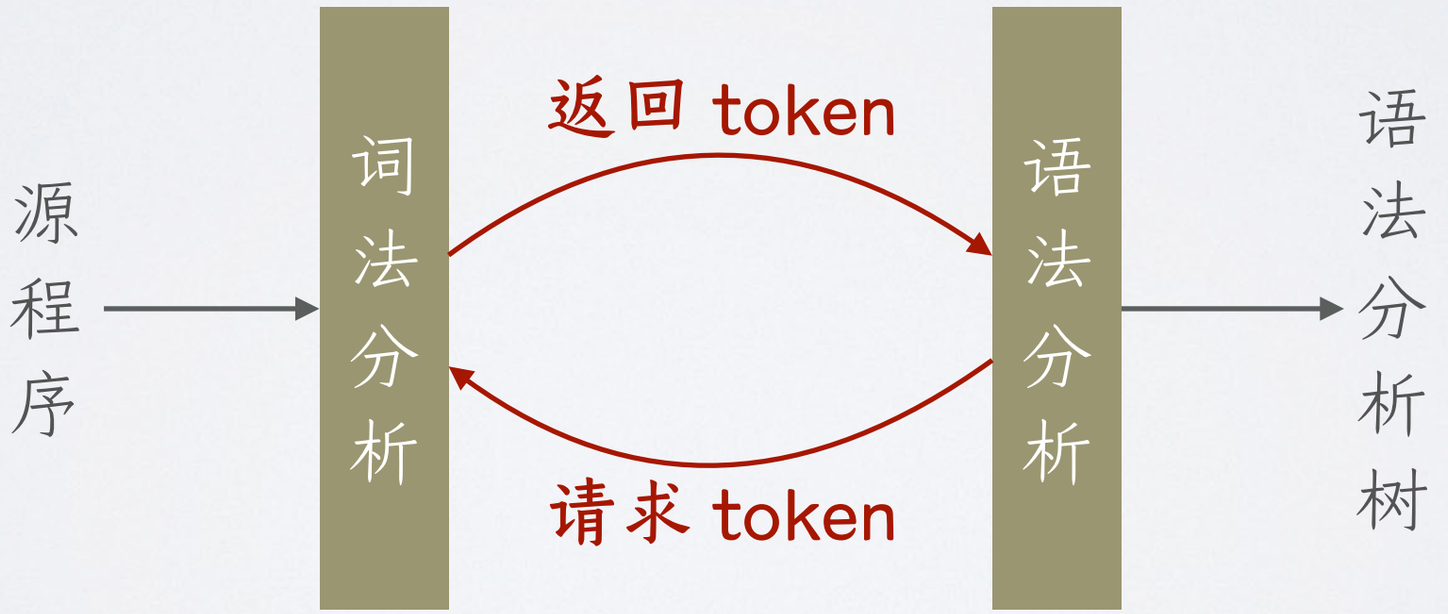
回顾：语法分析的作用

- 处理**词法单元(token)**序列，构造**语法分析树**
- 把「单词」组合成「句子」



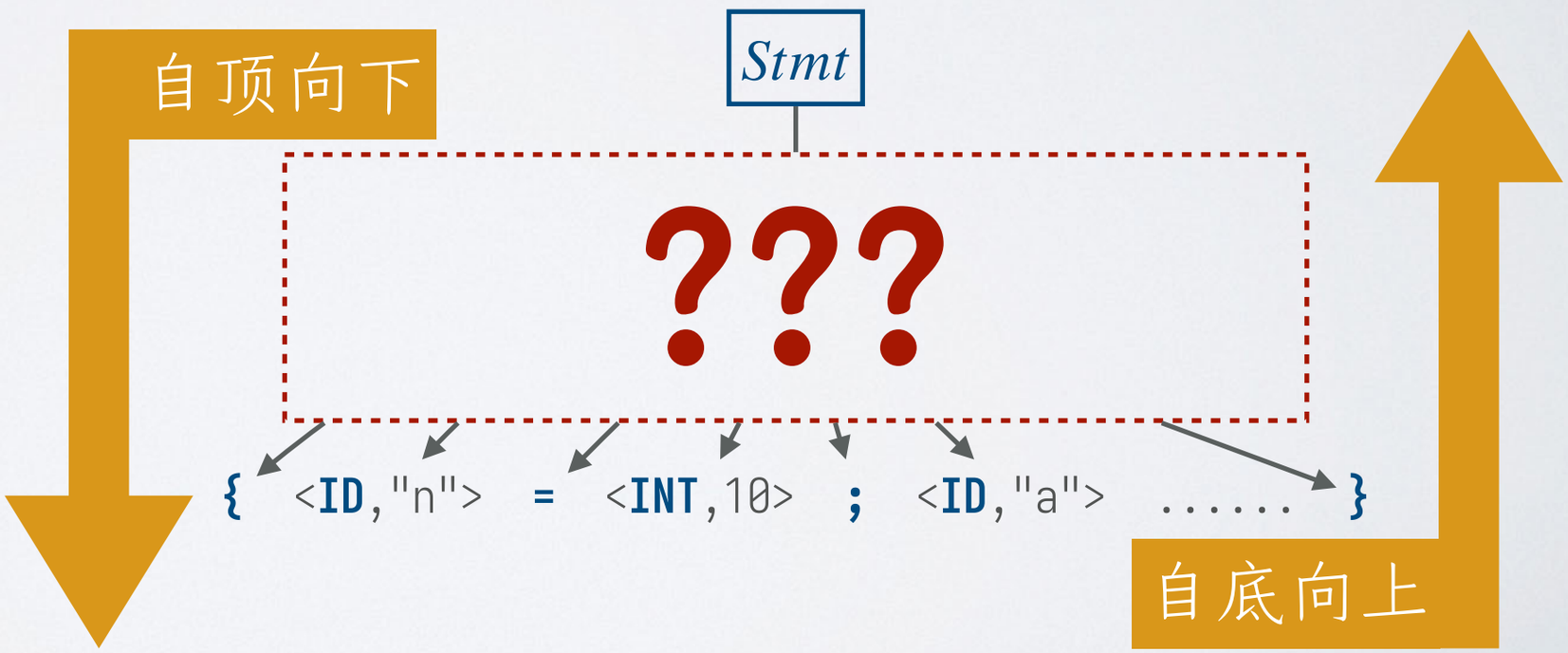
回顾：语法分析的工作

- 识别**语法变量**，进行**语法检查**，构造**语法分析树**
- 输入为词法分析得出的 token 序列
- 如果语法有错，尽可能详细地报告语法错误



回顾：语法分析的实现


```
{
  n = 10; a = 1; b = 1;
  while (!(n == 0)) {
    t = a + b; a = b; b = t;
    n = n - 1;
  }
  return a;
}
```



回顾：不能用 LL 文法表达的语言

- **LL 文法的短板：**通过有限个「向前看」符号选择推导规则
- 例：右侧 CFG 表示了语言 $\{\mathrm{a}^i\,\mathrm{b}^j \mid i \geq j\}$
- 该文法不是 LL(1) 的
  - [1] 和 [2] 两条规则右侧的 FIRST 集合有交集

[1]	$S \to \mathrm{a}\,S$
[2]	$S \to P$
[3]	$P \to \mathrm{a}\,P\,\mathrm{b}$
[4]	$P \to \epsilon$

- 不存在一个 LL 文法可以表示该语言
  - 例如允许 k 个「向前看」，那么 $\mathrm{a}^k\,\mathrm{b}^k$ 和 $\mathrm{a}^{k+1}\,\mathrm{b}^k$ 都是以 k 个 a 开头，但是前者应该选择规则 [2] 展开，而后者应该选择规则 [1] 展开
- **直到看到 token 流中的 b 之后才能决定应该如何选择规则**

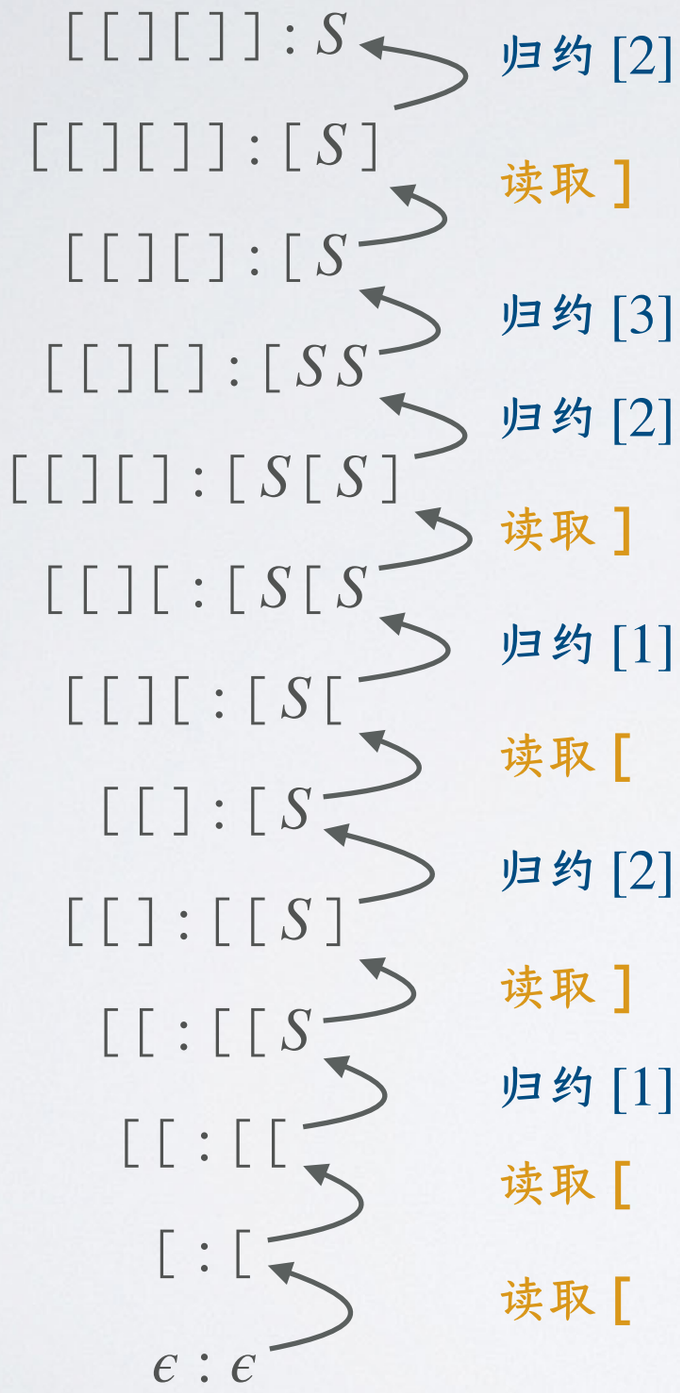
主要内容

- 自底向上的语法分析
- 语法分析的自动生成
- 自顶向下的语法分析(进阶版)

主要内容

- **自底向上的语法分析**
- 语法分析的自动生成
- 自顶向下的语法分析(进阶版)

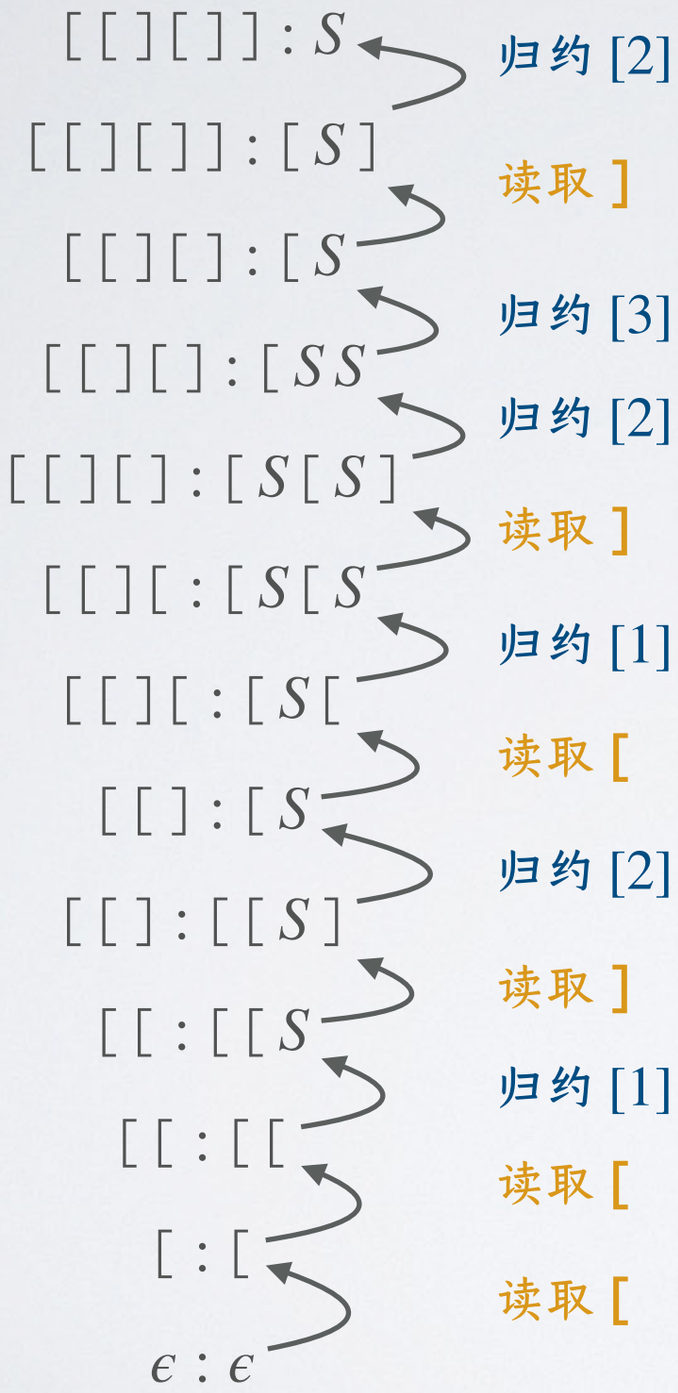
自底向上的语法分析



[1]	$S \to \epsilon$
[2]	$S \to [\, S \,]$
[3]	$S \to SS$

- 用 $w : \beta$ 表示存在归约关系 $\beta \Leftarrow^* w$，其中 w 表示 token 流，β 表示分析目标
- 从**左往右**读取输入的 token，同时加到 w 和 β 后面
- 如果 β **最右边**出现了可以被归约的「模式」，则归约为对应的非终结符号

自底向上分析构造最右推导



[1]	$S \to \epsilon$
[2]	$S \to [\, S \,]$
[3]	$S \to SS$

$$
\begin{aligned}
S &\Leftarrow [\, S \,] \\
&\Leftarrow [\, SS \,] \\
&\Leftarrow [\, S[\, S \,] \,] \\
&\Leftarrow [\, S[\,] \,] \\
&\Leftarrow [\, [\, S \,][\,] \,] \\
&\Leftarrow [\, [\,][\,] \,]
\end{aligned}
$$

基于移进-归约实现自底向上分析

类比前面的自顶向下分析，使用无二义性文法

$$
\begin{aligned}
& S' \to S\,\mathrm{EOF} \\
[1]\quad & S \to \epsilon \\
[2]\quad & S \to [\,S\,]S
\end{aligned}
$$

- **移进(shift)**
  - 把一个 token 压入分析栈
- **归约(reduce)**
  - 把分析栈顶部的若干符号归约为非终结符号

预测分析

- **问题：如何确定应该移进还是归约？**

- 一种简单的策略：
  - 当分析栈顶部有能够归约的「模式」时，则归约
  - 否则，则移进
  - 但是，像 [1] 这种会导致**冲突**

- **根据以下信息进行预测分析**
  - **分析栈的顶部状态**
  - **待处理的向前看符号**

	$S' \to S\ \mathrm{EOF}$
[1]	$S \to \epsilon$
[2]	$S \to [\ S\ ]\ S$

$$\beta \quad \| \quad w$$

分析栈 \ 向前看	[	]	EOF
ϵ	移进	错误	归约 [1]
S	错误	错误	接受
$\beta[$	移进	归约 [1]	错误
$\beta[S$	错误	移进	错误
$\beta[S]$	移进	归约 [1]	归约 [1]
$\beta[S]S$	错误	归约 [2]	归约 [2]

预测分析

ϵ	‖	[[ ] [ ]] EOF
[	‖	[ ] [ ]] EOF
[[	‖	] [ ]] EOF
[[S	‖	] [ ]] EOF
[[S]	‖	[ ]] EOF
[[S] [	‖	]] EOF
[[S] [S	‖	]] EOF
[[S] [S]	‖	] EOF
[[S] [S] S	‖	] EOF
[[S] S	‖	] EOF
[S	‖	] EOF
[S]	‖	EOF
[S] S	‖	EOF
S	‖	EOF

	$S' \to S$ EOF
[1]	$S \to \epsilon$
[2]	$S \to [\ S\ ] S$

分析栈 \ 向前看	[	]	EOF
ϵ	移进	错误	归约 [1]
S	错误	错误	接受
β [	移进	归约 [1]	错误
β [S	错误	移进	错误
β [S]	移进	归约 [1]	归约 [1]
β [S] S	错误	归约 [2]	归约 [2]

实现预测分析

```
top = 0;
token = next_token();
while (true) {
  if (top == 0) {
    switch (token) {
      case LSQUARE:
        top++; stack[top] = LSQUARE;
        token = next_token(); break;
      case RSQUARE:
        return false;
      case EOF:
        top++; stack[top] = S; break;
    }
  } else if (top == 1 && stack[top] == S) {
    switch (token) {
      case LSQUARE: return false;
      case RSQUARE: return false;
      case EOF: return true;
    }
  } else if ......
}
```

	$S' \to S\,\mathrm{EOF}$
[1]	$S \to \epsilon$
[2]	$S \to [\,S\,]S$

分析栈 \ 向前看	[	]	EOF
ϵ	移进	错误	归约 [1]
S	错误	错误	接受
$\beta[$	移进	归约 [1]	错误
$\beta[S$	错误	移进	错误
$\beta[S]$	移进	归约 [1]	归约 [1]
$\beta[S]S$	错误	归约 [2]	归约 [2]

实现预测分析

```
.....
} else if (top >= 1 && stack[top] == LSQUARE) {
  switch (token) {
    case LSQUARE:
      top++; stack[top] = LSQUARE;
      token = next_token(); break;
    case RSQUARE:
      top++; stack[top] = S; break;
    case EOF:
      return false;
  }
} else if (top >= 2 && stack[top] == S &&
           stack[top - 1] == LSQUARE) {
  switch (token) {
    case LSQUARE: return false;
    case RSQUARE:
      top++; stack[top] = RSQUARE;
      token = next_token(); break;
    case EOF: return false;
  }
} else if ......
```

$$
\begin{array}{ll}
 & S' \to S\,\mathrm{EOF} \\
[1] & S \to \epsilon \\
[2] & S \to [\,S\,]S
\end{array}
$$

分析栈 \ 向前看	[	]	EOF
ϵ	移进	错误	归约 [1]
S	错误	错误	接受
$\beta[$	移进	归约 [1]	错误
$\beta[S$	错误	移进	错误
$\beta[S]$	移进	归约 [1]	归约 [1]
$\beta[S]S$	错误	归约 [2]	归约 [2]

实现预测分析

```
  ......
  } else if (top >= 4 && stack[top] == S &&
             stack[top - 1] == RSQUARE &&
             stack[top - 2] == S &&
             stack[top - 3] == LSQUARE) {
    switch (token) {
      case LSQUARE:
        return false;
      case RSQUARE:
        top = top - 3; stack[top] = S;
        break;
      case EOF:
        top = top - 3; stack[top] = S;
        break;
    }
  } else ......
```

$$
\begin{array}{ll}
 & S' \to S\,\mathrm{EOF} \\
[1] & S \to \epsilon \\
[2] & S \to [\,S\,]\,S
\end{array}
$$

分析栈 \ 向前看	[	]	EOF
ϵ	移进	错误	归约 [1]
S	错误	错误	接受
$\beta[$	移进	归约 [1]	错误
$\beta[S$	错误	移进	错误
$\beta[S]$	移进	归约 [1]	归约 [1]
$\beta[S]S$	错误	归约 [2]	归约 [2]

构造移进-归约分析表

- **首先，找出可能的分析栈「模式」**
  - 空栈 ϵ 和只包含初始符号的栈 S
  - 对每个产生规则 $A \to \alpha\,\gamma$ 和非空的 α，把 $\beta\,\alpha$ 作为一种「模式」，即将来可能在栈顶发现产生规则的右端 $\alpha\,\gamma$ 并归约到 A

	$S' \to S$ EOF
[1]	$S \to [\,S\,]$
[2]	$S \to$ a

- **然后，确定每一种情况的动作**
  - ϵ: FIRST(S) 中的符号可以移进
  - S: EOF 符号可以接受
  - $\beta\,\alpha$ (对应规则 $A \to \alpha\,\gamma$):
    - FIRST(γ) 中的符号可以移进
    - 若 $\gamma = \epsilon$，则可以归约

分析栈 \ 向前看	[	]	a	EOF
ϵ	移进		移进	
S				接受
β [	移进		移进	
β [S		移进		
β [S]	归约 [1]	归约 [1]	归约 [1]	归约 [1]
β a	归约 [2]	归约 [2]	归约 [2]	归约 [2]

问题：移进–归约冲突

- $S \to \epsilon$ 这种规则可以在任意位置归约
- **简单解法：用 FOLLOW 集合判断是否归约**
  - 分析栈「模式」为 $\beta\alpha$（对应规则 $A \to \alpha$）时，如果向前看符号在 FOLLOW(A) 中，且归约后得到的分析栈具有某种已知的「模式」，则可以归约

	$S' \to S$ EOF
[1]	$S \to \epsilon$
[2]	$S \to [\ S\ ]\ S$

$\text{FOLLOW}(S) = \{\texttt{EOF}, \texttt{]}\}$

分析栈 \ 向前看	[	]	EOF
ϵ	移进/归约	归约 [1]	归约 [1]
S			接受
β [	移进	归约 [1]	归约 [1]
β [S		移进	
β [S]	移进	归约 [1]	归约 [1]
β [S] S		归约 [2]	归约 [2]

问题：移进-归约冲突

- 用 FOLLOW 集合比较粗糙，可能无法排除冲突

	$S' \to S$ EOF
[1]	$S \to$ a b d
[2]	$S \to$ a A c
[3]	$S \to$ b A d
[4]	$A \to$ b

$$\text{FOLLOW}(A) = \{\text{c},\text{d}\}$$

分析栈 \ 向前看	a	b	c	d	EOF
ϵ	移进	移进			
S					接受
β a b			归约 [4]	移进/归约	

- 如果还是只使用一个向前看符号，**是否还有信息可挖掘？**
  - 如果在分析栈为 β a b 且向前看为 d 时，归约 [4]，分析栈变成 β a A，此时只有 [2] 符合且只允许向前看为 c
  - **需要对分析栈的「模式」进行更细致的分类**

分析栈模式的分类

- **前面我们是这么得出可能的分析栈的「模式」的：**
  - 空栈 ϵ 和只包含初始符号的栈 S
  - 对每个产生规则 $A \to \alpha\,\gamma$ 和非空的 α，把 $\beta\,\alpha$ 作为一种模式，即将来可能在栈顶发现产生规则的右端 $\alpha\,\gamma$ 并归约到 A
- **每种「模式」对应了一个「部分分析状态」：**

圆点的左边表示分析栈顶内容

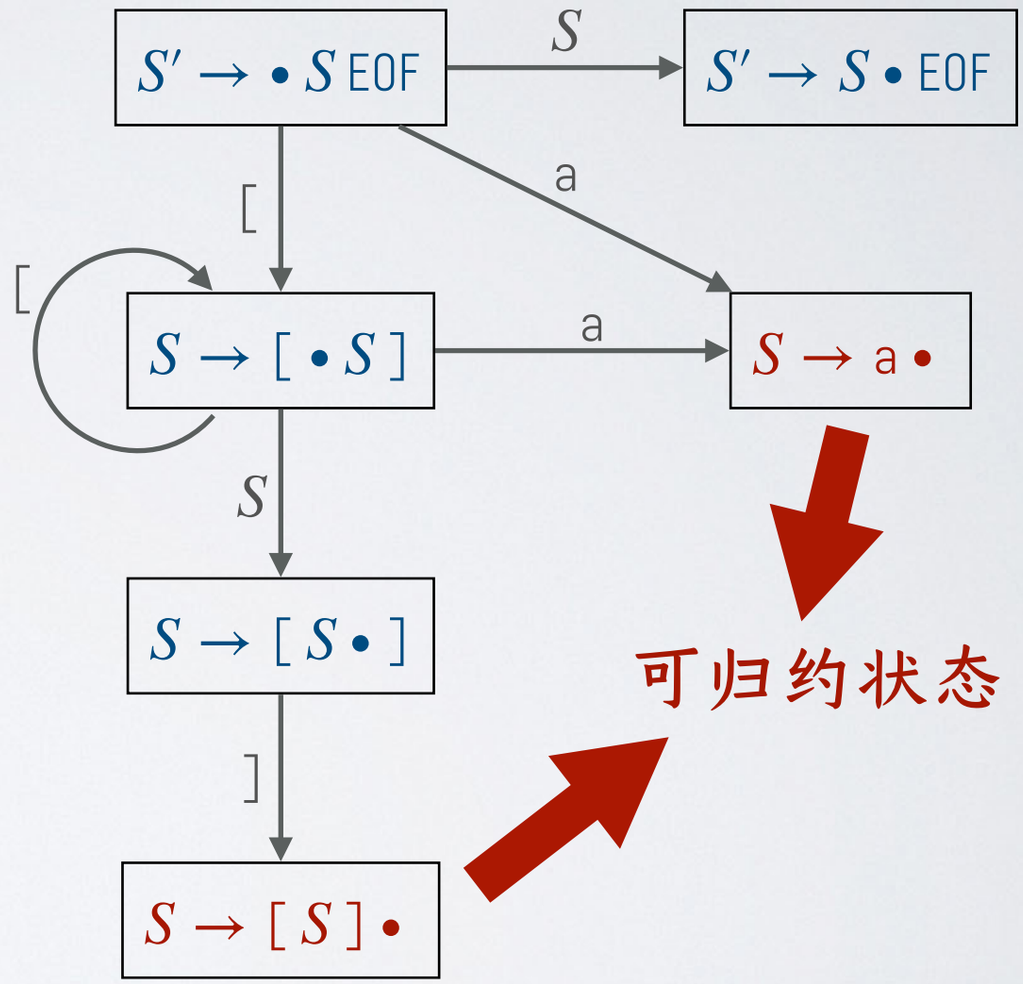
	$S' \to S\ \mathrm{EOF}$
[1]	$S \to [\ S\ ]$
[2]	$S \to \mathrm{a}$

ϵ	$S' \to \bullet\, S\ \mathrm{EOF}$
S	$S' \to S \bullet \mathrm{EOF}$
$\beta\,[$	$S \to [\ \bullet\, S\ ]$
$\beta\,[\,S$	$S \to [\ S \bullet\ ]$
$\beta\,[\,S\,]$	$S \to [\ S\ ] \bullet$
$\beta\,\mathrm{a}$	$S \to \mathrm{a} \bullet$

部分分析状态

- 移进/归约可以表示为这些「部分分析状态」间的转移

	$S' \to S\ \mathrm{EOF}$
[1]	$S \to [\ S\ ]$
[2]	$S \to \mathrm{a}$



分析栈 \ 向前看	[	]	a	EOF
ϵ	移进		移进	
S				接受
$\beta[$	移进		移进	
$\beta[S$		移进		
$\beta[S]$	归约 [1]	归约 [1]	归约 [1]	归约 [1]
$\beta\mathrm{a}$	归约 [2]	归约 [2]	归约 [2]	归约 [2]

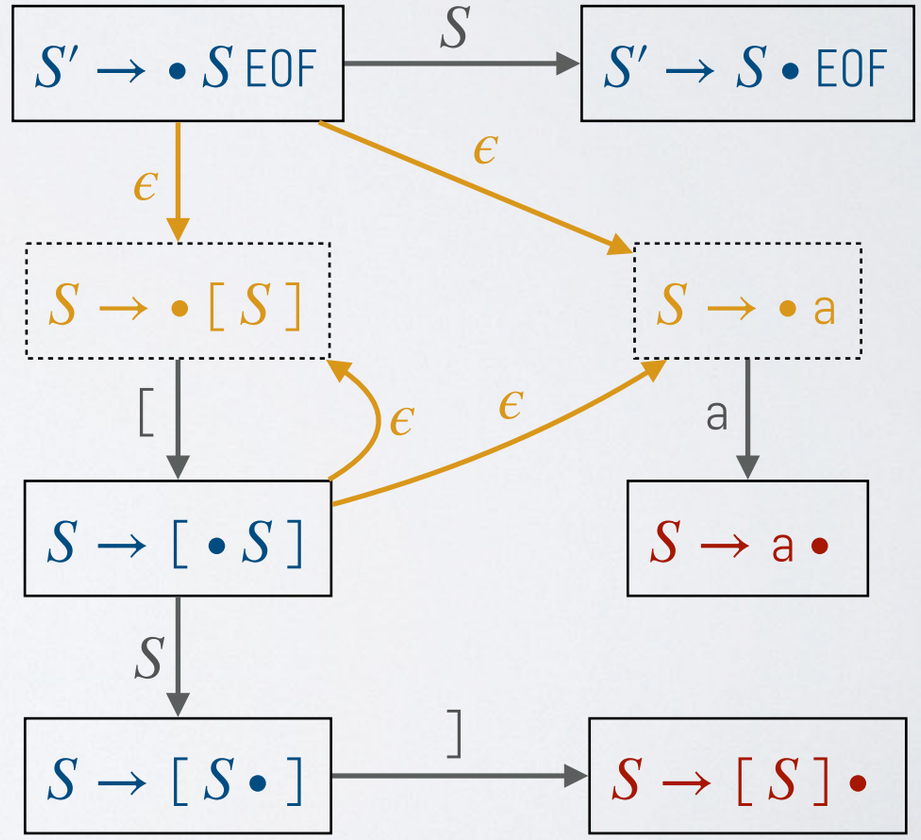
部分分析状态间的转移

- 为了方便构造转移，增加形如 $A \to \bullet\, \alpha$ 的「部分分析状态」

非确定性有限自动机(NFA)

	$S' \to S\ \mathrm{EOF}$
[1]	$S \to [\ S\ ]$
[2]	$S \to \mathrm{a}$

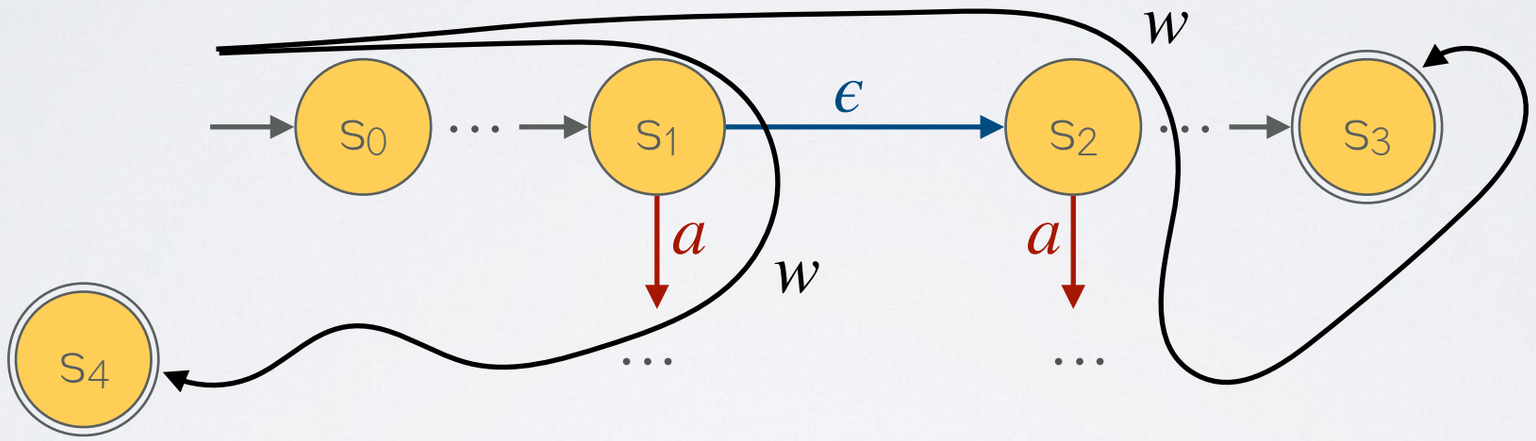
- 对于状态 $A \to \alpha \bullet \gamma$：
  - 如果 $\gamma = c\gamma'$，其中 c 是终结符号，则可以通过 c 转移到 $A \to \alpha c \bullet \gamma'$
    - 表示栈 $\beta\ \alpha$ **移进** c 变为栈 $\beta \alpha c$
  - 如果 $\gamma = X\gamma'$，其中 X 是非终结符号，则有两种转移：
    - 通过 X 转移到 $A \to \alpha X \bullet \gamma'$
      - 表示栈 $\beta \alpha w$ **归约**成为栈 $\beta \alpha X$
    - 对任意规则 $X \to \delta$，可以 ϵ **转移到** $X \to \bullet\, \delta$



非确定性有限自动机

- Nondeterministic Finite Automaton, NFA

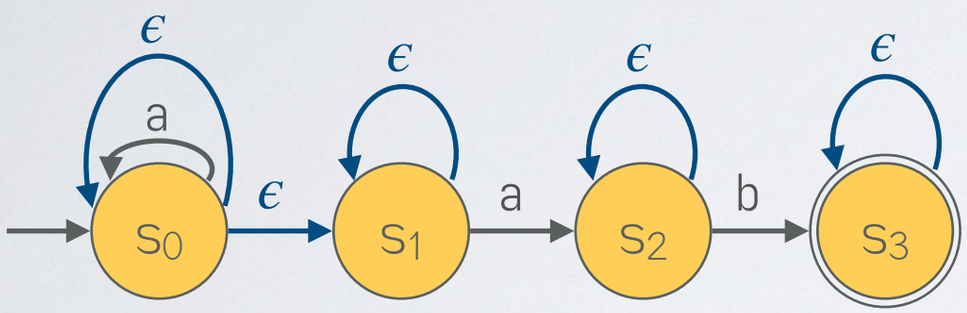
- 状态转移具有不确定性的自动机
  - 只要存在一条转移路径能到达接受状态，就认为识别成功



- 定义：$N = (S, \Sigma, \delta, s_0, F)$ 与 DFA 基本相同，不同之处为
  - $\delta : S \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \to 2^S$

  - 2^S 表示 S 所有子集的集合
  - NFA 允许状态对同一符号进行不同的转移

NFA 示例



- 通常不需要错误状态和错误转移
- 转移到自身的 ϵ 转移通常不用画

$$N = (S, \Sigma, \delta, s_0, F)$$

$$S = \{s_0, s_1, s_2, s_3\}$$

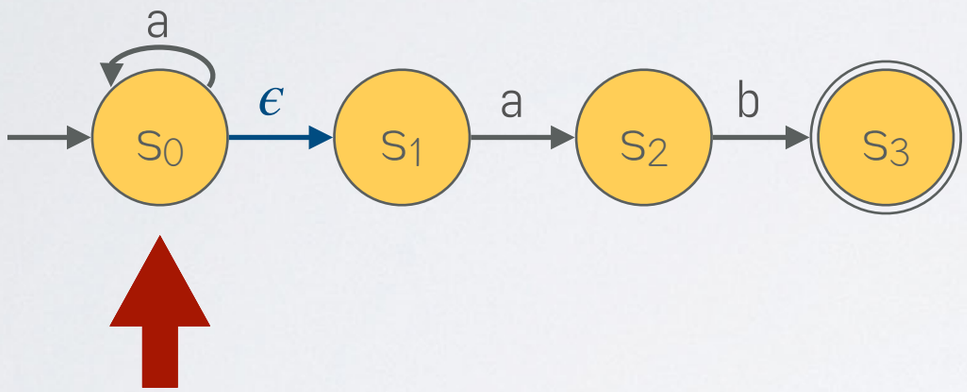
$$\Sigma = \{a, b\}$$

用空集表示转移到错误状态

$$\delta = \left\{ \begin{array}{llll} s_0 \xrightarrow{a} \{s_0\}, & s_0 \xrightarrow{b} \boxed{\varnothing}, & s_0 \xrightarrow{\epsilon} \{s_0, s_1\} \\ s_1 \xrightarrow{a} \{s_2\}, & s_1 \xrightarrow{b} \varnothing, & s_1 \xrightarrow{\epsilon} \{s_1\} \\ s_2 \xrightarrow{a} \varnothing, & s_2 \xrightarrow{b} \{s_3\}, & s_2 \xrightarrow{\epsilon} \{s_2\} \\ s_3 \xrightarrow{a} \varnothing, & s_3 \xrightarrow{b} \varnothing, & s_3 \xrightarrow{\epsilon} \{s_3\} \end{array} \right\}$$

$$F = \{s_3\}$$

基于 NFA 的识别



$w =$ a a b

NFA 转换为 DFA

- NFA 容易构造
- DFA 容易模拟
- NFA 识别语言的能力至少应该与 DFA 相当

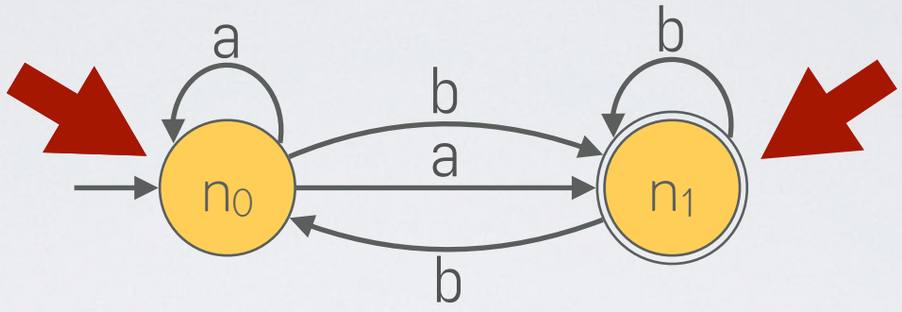
- 定理：对任意一个 NFA N，都存在一个 DFA D，使得 $L(N) = L(D)$

- 为什么？
  - 「可能处于的状态」在 NFA 识别过程中仍是有限的

$$D = (S_D, \Sigma, \delta_D, d_0, F_D)$$

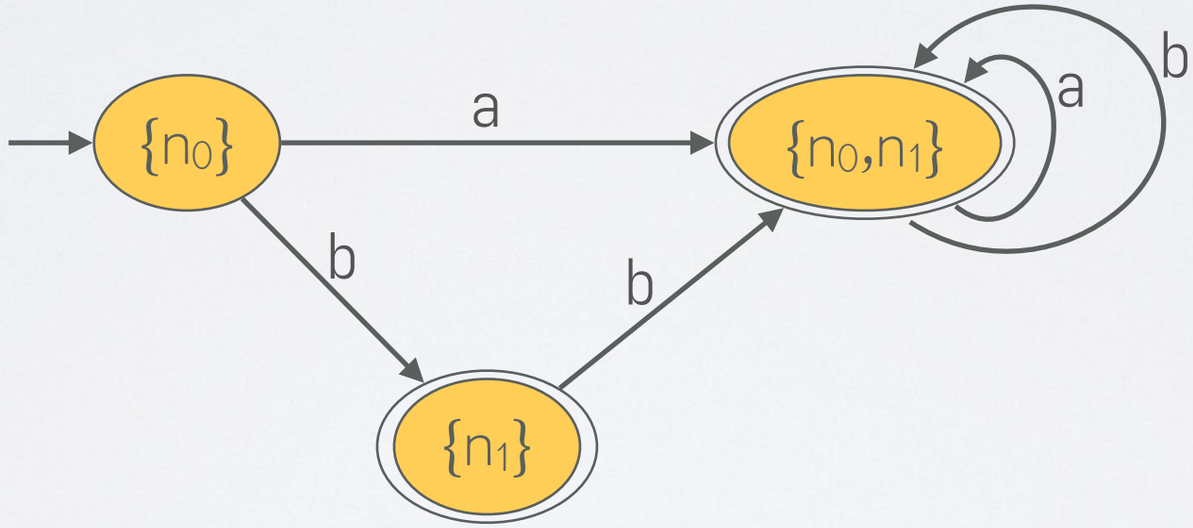
```
c = next_char();
s = d_0;
while (c != EOF && s != d_e) {
  s = δ_D(s, c);
  c = next_char();
}
if (s ∈ F_D) {
  // 识别成功
} else {
  // 识别失败
}
```

子集构造法



NFA

- 要构造确定性自动机，需要分析 NFA 可能**处于哪些状态**

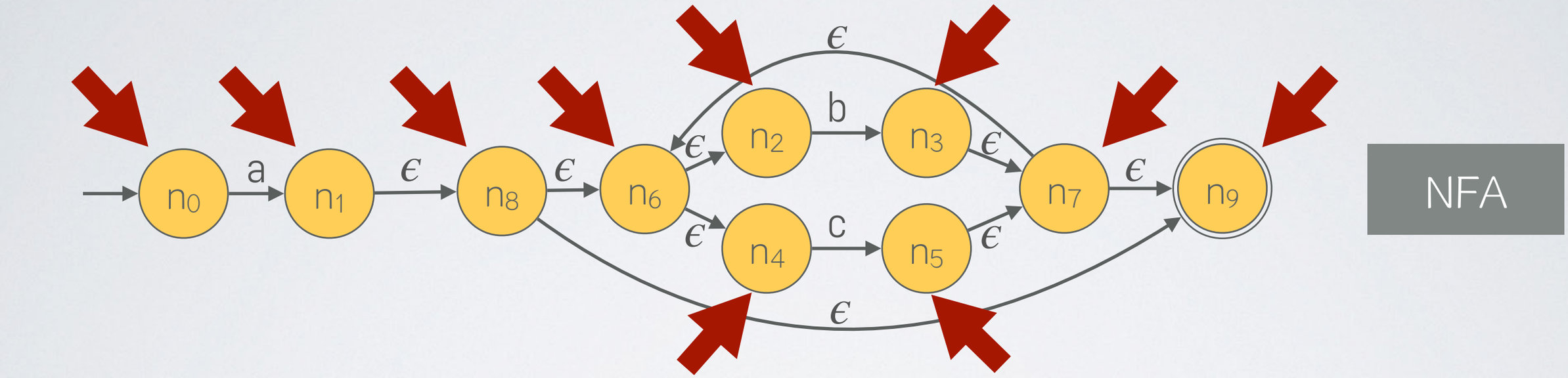


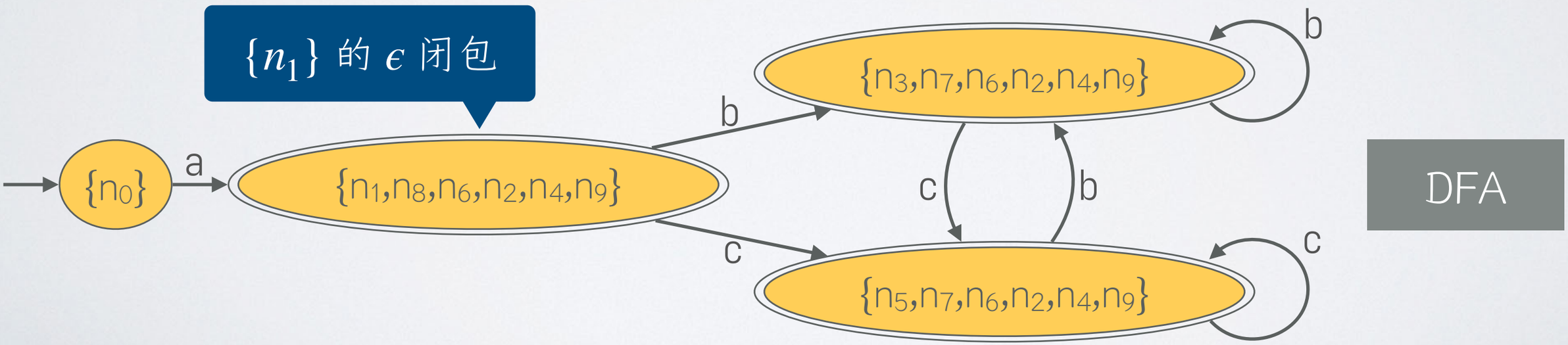
DFA

- 上面的 $\{n_0, n_1\}$ 表示存在符号串 w，在 NFA 上从 n_0 出发识别 w 后既可能处于 n_0，也可能处于 n_1

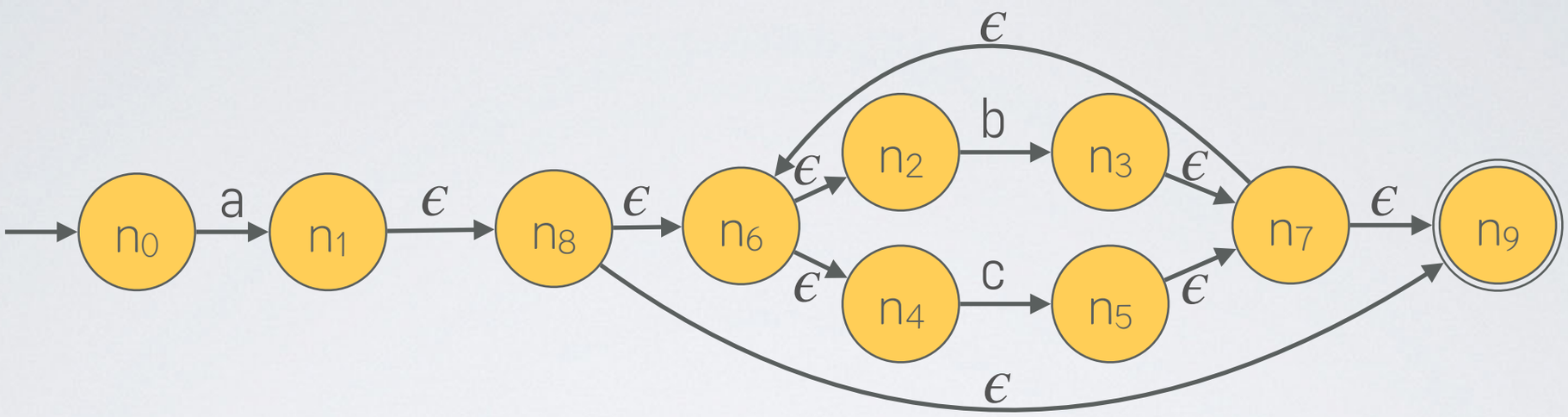
ϵ 闭包

- NFA 中还存在 **ϵ 转移**，在构造子集时需要额外处理





实现 ϵ 闭包的计算

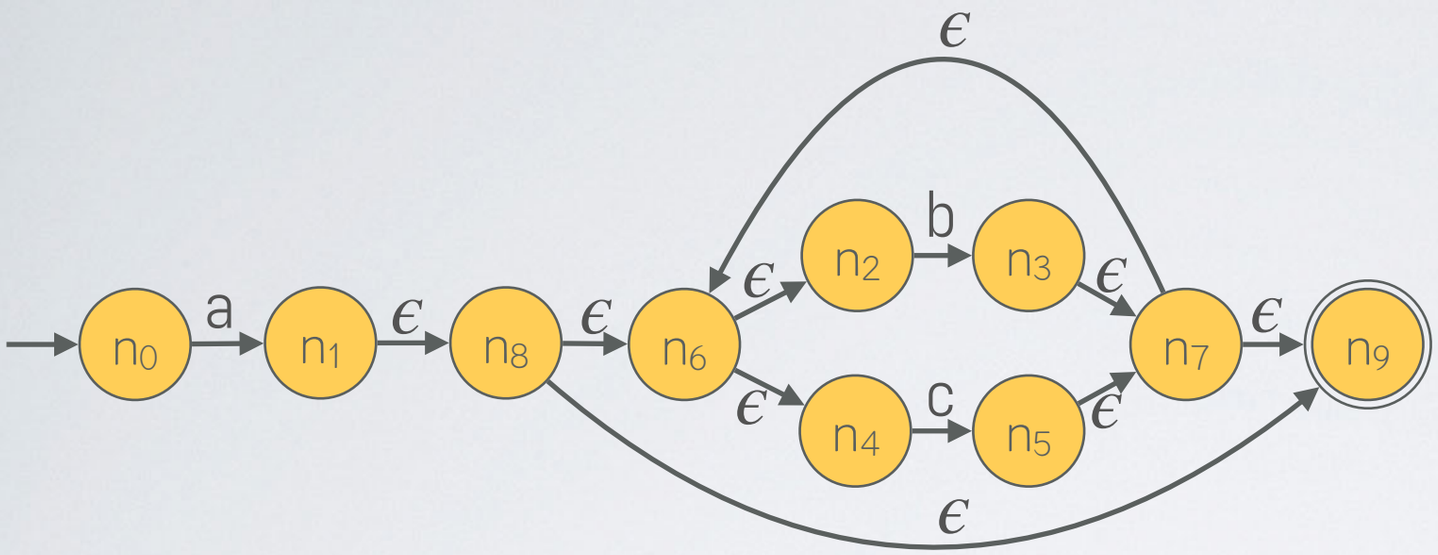


- 例：计算 $\{n_1\}$ 的 ϵ 闭包
  - 第一轮：$T = \{n_1, n_8\}$
  - 第二轮：$T = \{n_1, n_8, n_6, n_9\}$
  - 第三轮：$T = \{n_1, n_8, n_6, n_9, n_2, n_4\}$
  - 第四轮：$T = \{n_1, n_8, n_6, n_9, n_2, n_4\}$

$$N = (S_N, \Sigma, \delta_N, n_0, F_N)$$

```
ϵ_closure(S) {
  T = S;
  do {
    T′ = T;
    T = T′ ∪ ⋃_{s∈T′} δ_N(s, ϵ);
  } while (T != T′);
  return T;
}
```

实现子集构造法



- 第一轮：$q = \{n_0\}$

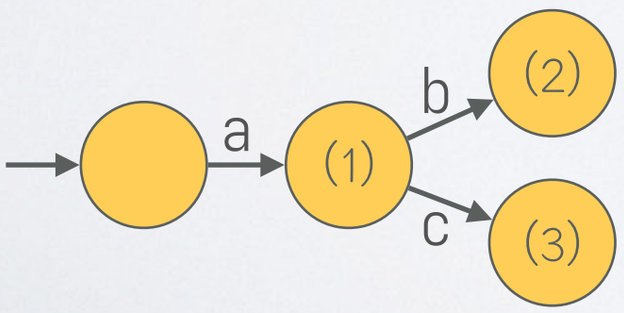
  (1) $\delta_D(q, \mathrm{a}) = \{n_1, n_8, n_6, n_2, n_4, n_9\}$

- 第二轮：$q = \{n_1, n_8, n_6, n_2, n_4, n_9\}$

  (2) $\delta_D(q, \mathrm{b}) = \{n_3, n_7, n_6, n_2, n_4, n_9\}$

  (3) $\delta_D(q, \mathrm{c}) = \{n_5, n_7, n_6, n_2, n_4, n_9\}$

- ……



$$N = (S_N, \Sigma, \delta_N, n_0, F_N)$$

$$D = (S_D, \Sigma, \delta_D, d_0, F_D)$$

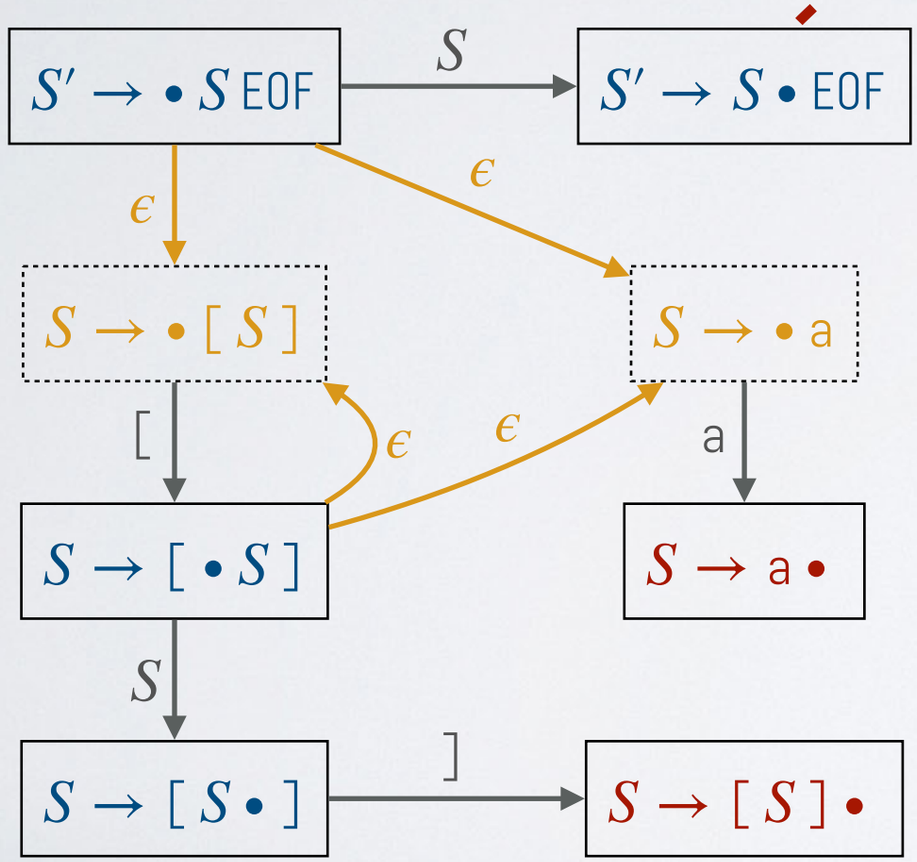
```
d0 = ϵ_closure({n0});
SD = {d0};
work_list = {d0};
while (work_list != ∅) {
  q = remove_from(work_list);
  foreach (c ∈ Σ) {
    t = ϵ_closure(⋃s∈q δN(s, c));
    δD(q, c) = t;
    if (t ∉ SD) {
      SD = SD ∪ {t};
      work_list = work_list ∪ {t};
    }
  }
}
FD = {q | q ∈ SD, q ∩ FN ≠ ∅};
```

部分分析状态的自动机

	$S' \to S\ \mathrm{EOF}$
[1]	$S \to [\ S\ ]$
[2]	$S \to \mathrm{a}$

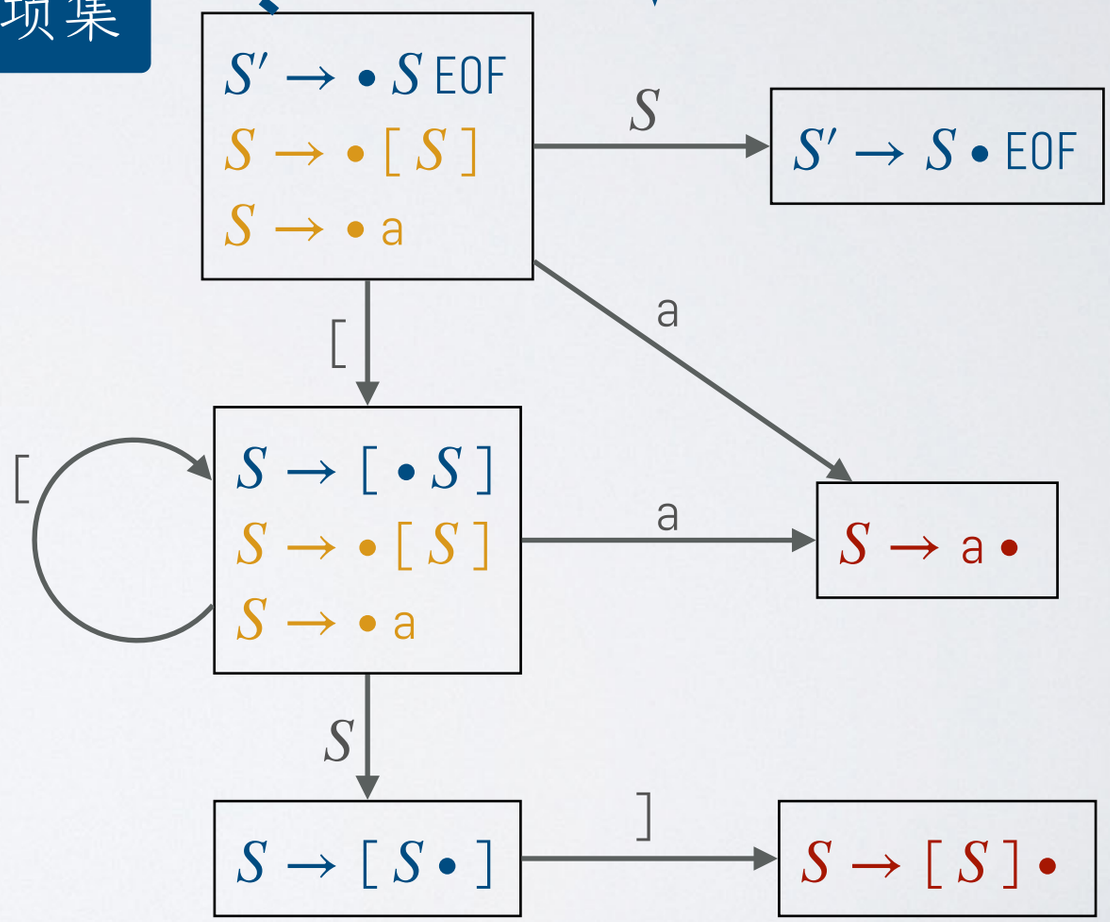
非确定性有限自动机(NFA)

项



确定性有限自动机(DFA)

项集

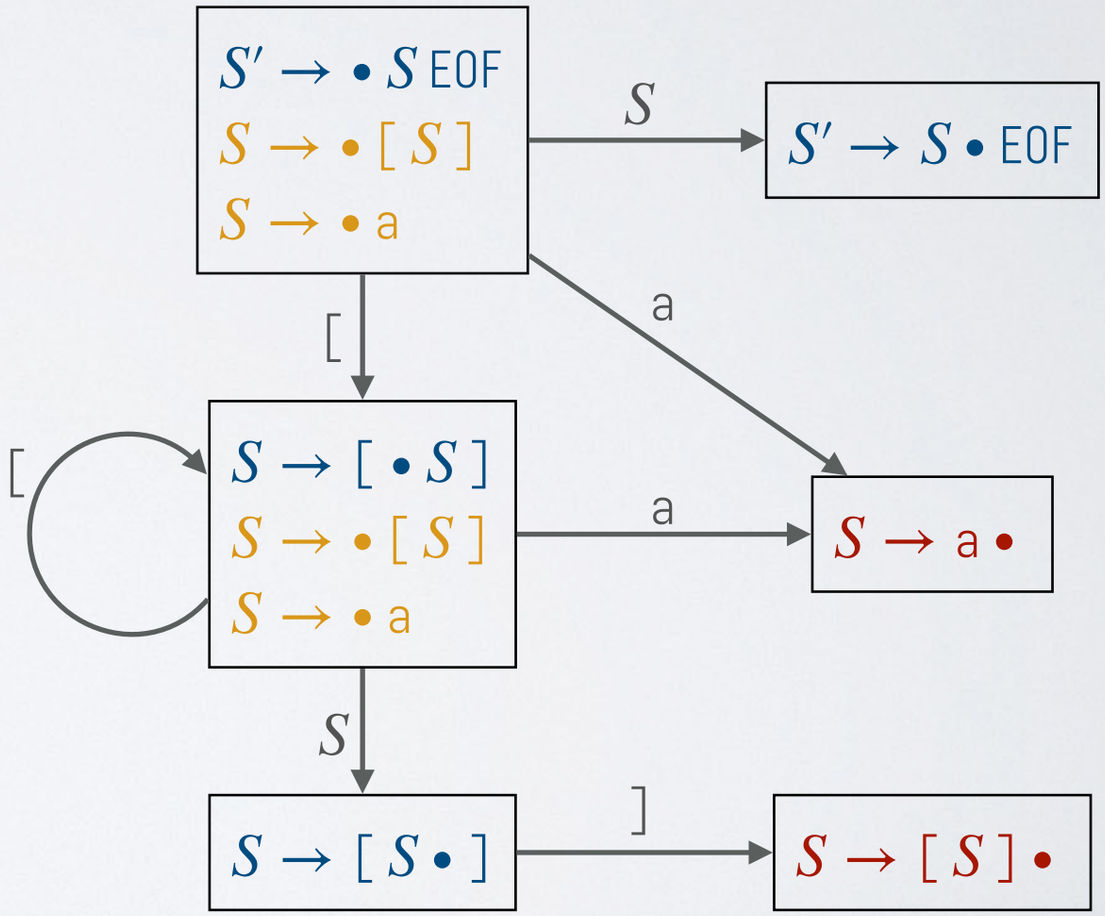


根据自动机构造移进-归约分析表

- 如果状态有终结符号 c 的转移，则可以对 c 进行**移进**
- 如果状态是可归约状态(存在模式 $A \to \alpha \bullet$)，则可以进行**归约**

分析栈 \ 向前看	[	]	a	EOF
ϵ	移进		移进	
S				接受
β [	移进		移进	
β [S		移进		
β [S]	归约 [1]	归约 [1]	归约 [1]	归约 [1]
β a	归约 [2]	归约 [2]	归约 [2]	归约 [2]

	$S' \to S$ EOF
[1]	$S \to [\ S\ ]$
[2]	$S \to$ a



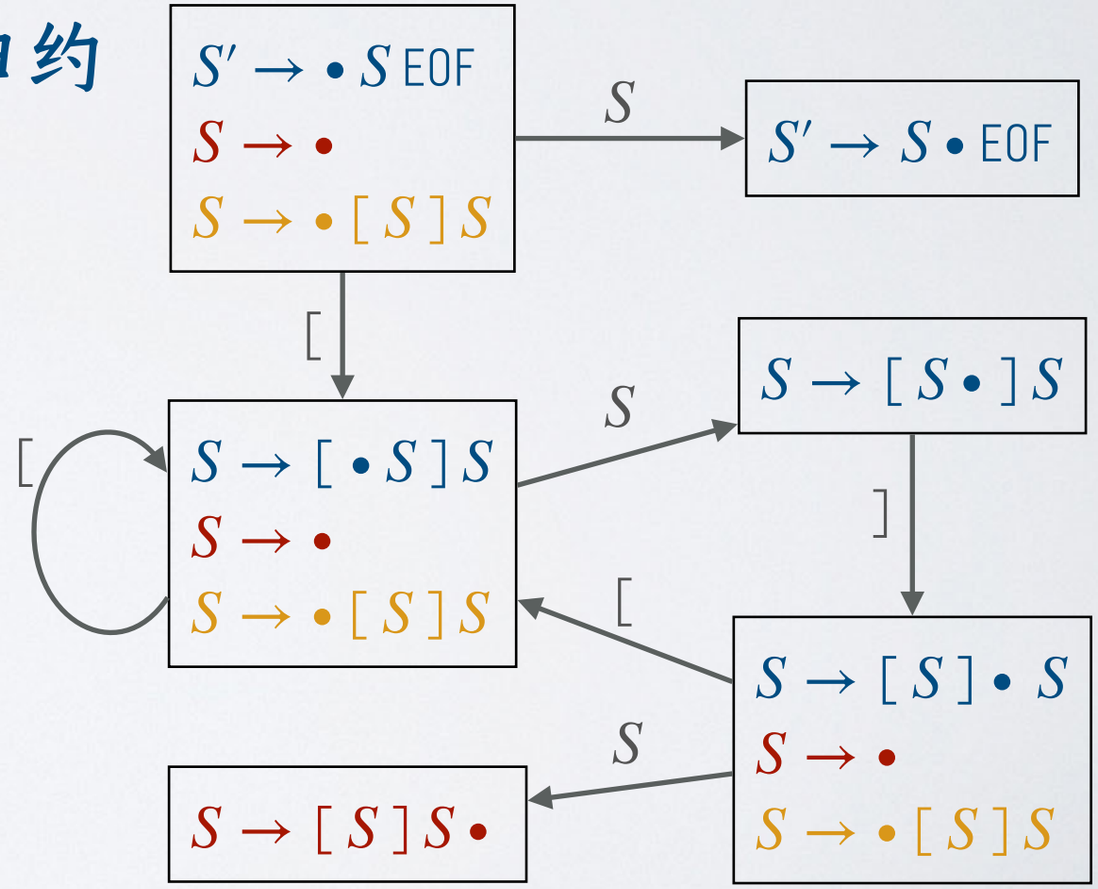
根据自动机构造移进-归约分析表

- 如果状态有终结符号 c 的转移，则可以对 c 进行**移进**
- 如果状态是可归约状态(存在模式 $A \to \alpha \bullet$)，且向前看符号在 $\mathrm{FOLLOW}(A)$ 中，则可以进行**归约**

	$S' \to S\,\mathtt{EOF}$
[1]	$S \to \epsilon$
[2]	$S \to [\,S\,]\,S$

$\mathrm{FOLLOW}(S) = \{\mathtt{EOF},]\}$

分析栈 \ 向前看	[	]	EOF
ϵ	移进	归约 [1]	归约 [1]
S			接受
$\beta[$	移进	归约 [1]	归约 [1]
$\beta[S$		移进	
$\beta[S]$	移进	归约 [1]	归约 [1]
$\beta[S]S$		归约 [2]	归约 [2]

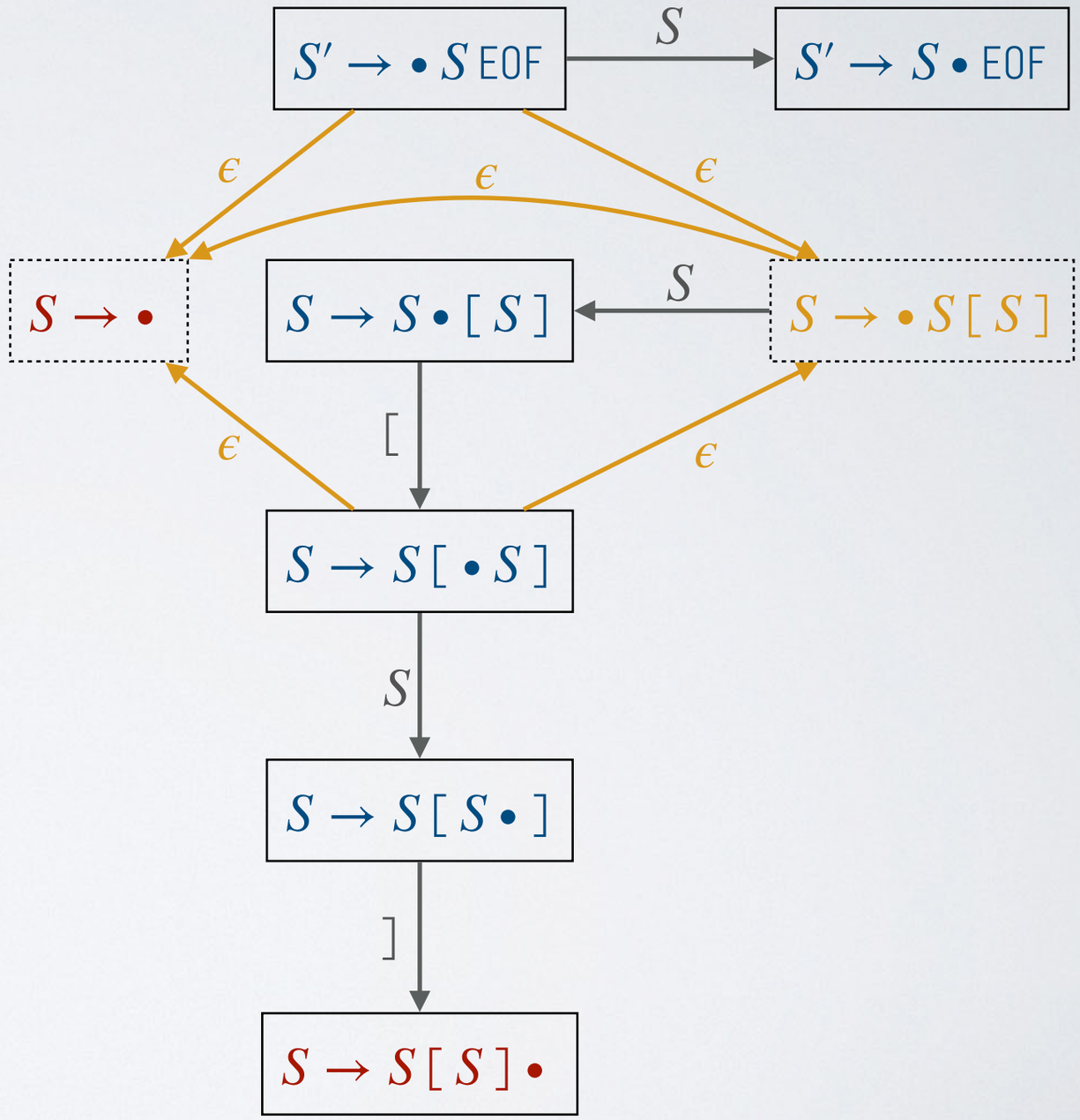


构造分析表示例

	$S' \to S\ \texttt{EOF}$
[1]	$S \to \epsilon$
[2]	$S \to S\ [\ S\ ]$

$\text{FOLLOW}(S) = \{\texttt{EOF}, [,]\}$

分析栈 \ 向前看	[	]	EOF
ϵ			
S			
βS			
$\beta S[$			
$\beta S[S$			
$\beta S[S]$			

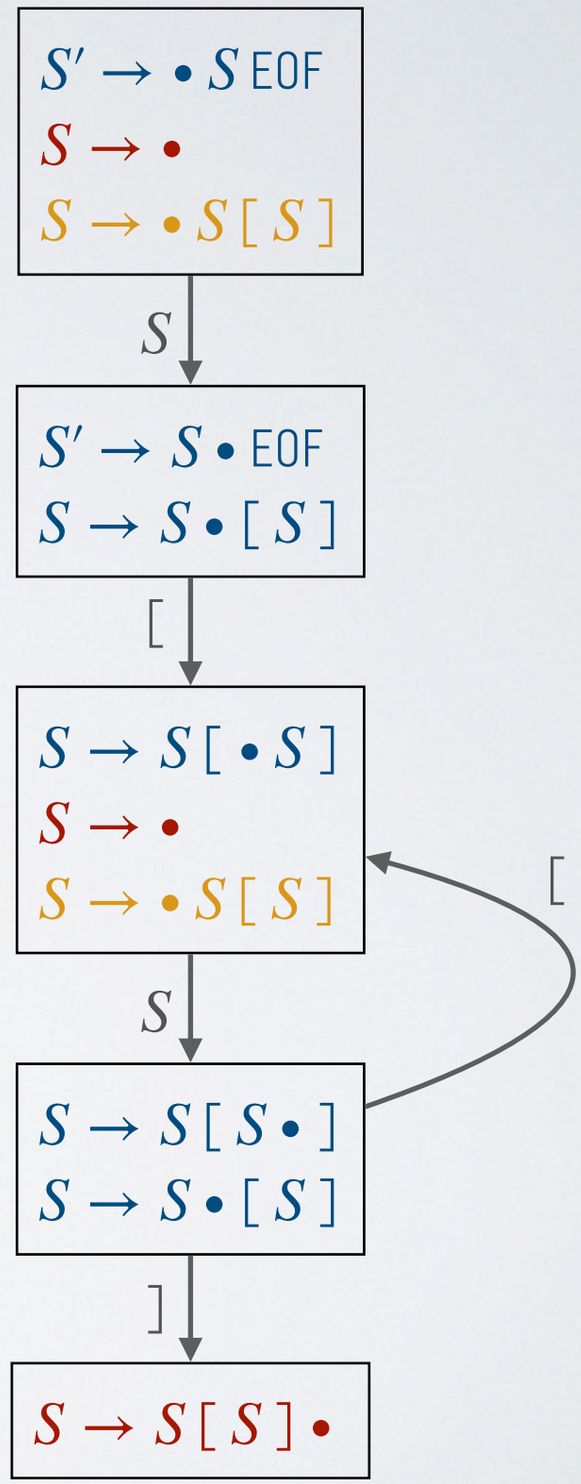


构造分析表示例

	$S' \to S\ \texttt{EOF}$
[1]	$S \to \epsilon$
[2]	$S \to S\ [\ S\ ]$

$$\text{FOLLOW}(S) = \{\texttt{EOF}, [,]\}$$

分析栈 \ 向前看	[	]	EOF
ϵ	归约 [1]	归约 [1]	归约 [1]
S	移进		接受
$\beta S[$	归约 [1]	归约 [1]	归约 [1]
$\beta S[S$	移进	移进	
$\beta S[S]$	归约 [2]	归约 [2]	归约 [2]



使用 FOLLOW 集合的局限性

- 为方便展示，对 ϵ 转移进行了化简

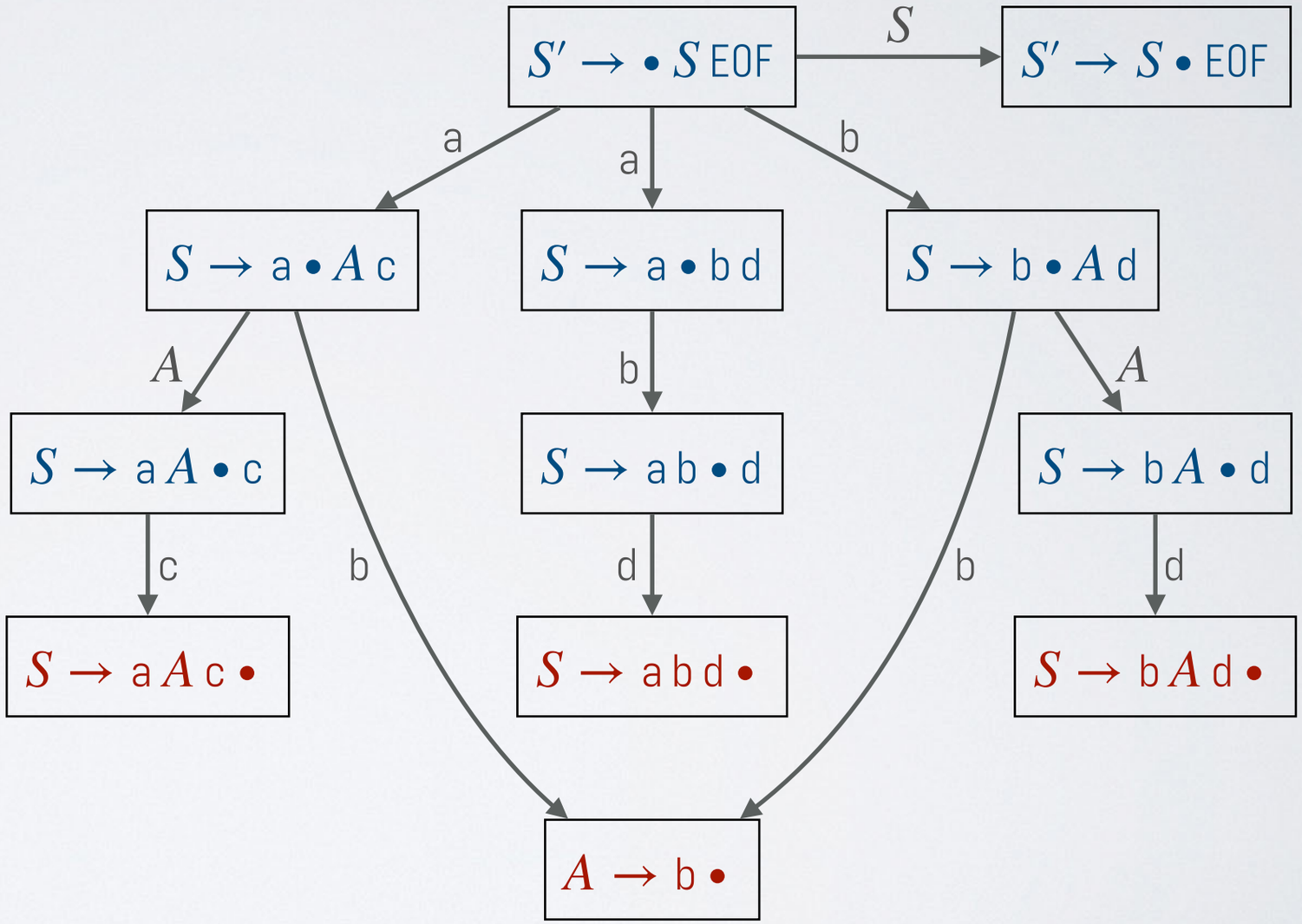
$S' \to S\,\mathrm{EOF}$

[1] $S \to \mathrm{a\,b\,d}$

[2] $S \to \mathrm{a}\,A\,\mathrm{c}$

[3] $S \to \mathrm{b}\,A\,\mathrm{d}$

[4] $A \to \mathrm{b}$

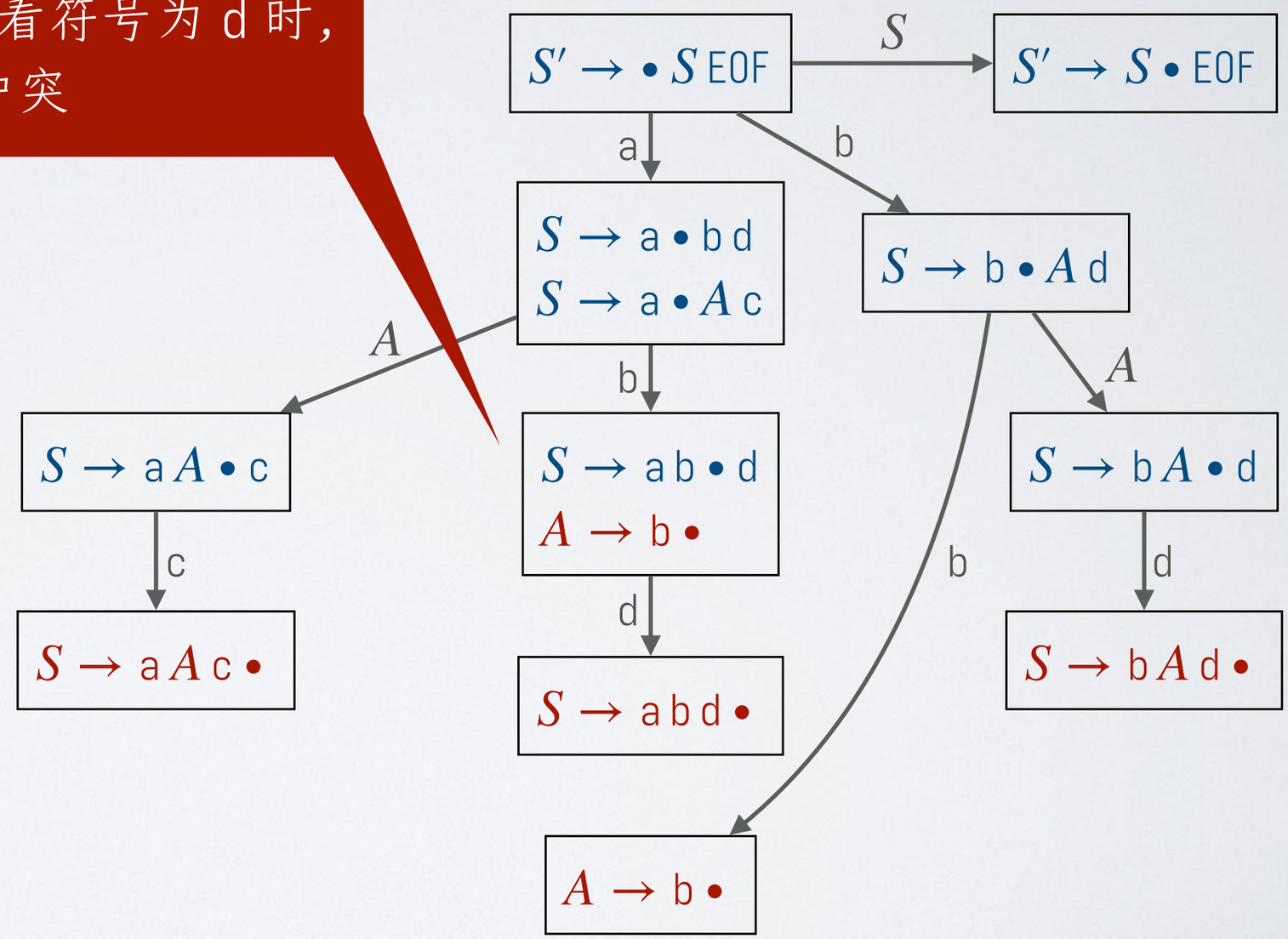


使用 FOLLOW 集合的局限性

当分析栈「模式」为 a b、向前看符号为 d 时，
存在移进-归约冲突

$S' \to S\,\mathrm{EOF}$
[1] $S \to \mathrm{a\,b\,d}$
[2] $S \to \mathrm{a}\,A\,\mathrm{c}$
[3] $S \to \mathrm{b}\,A\,\mathrm{d}$
[4] $A \to \mathrm{b}$

$\mathrm{FOLLOW}(A) = \{\mathtt{c},\mathtt{d}\}$

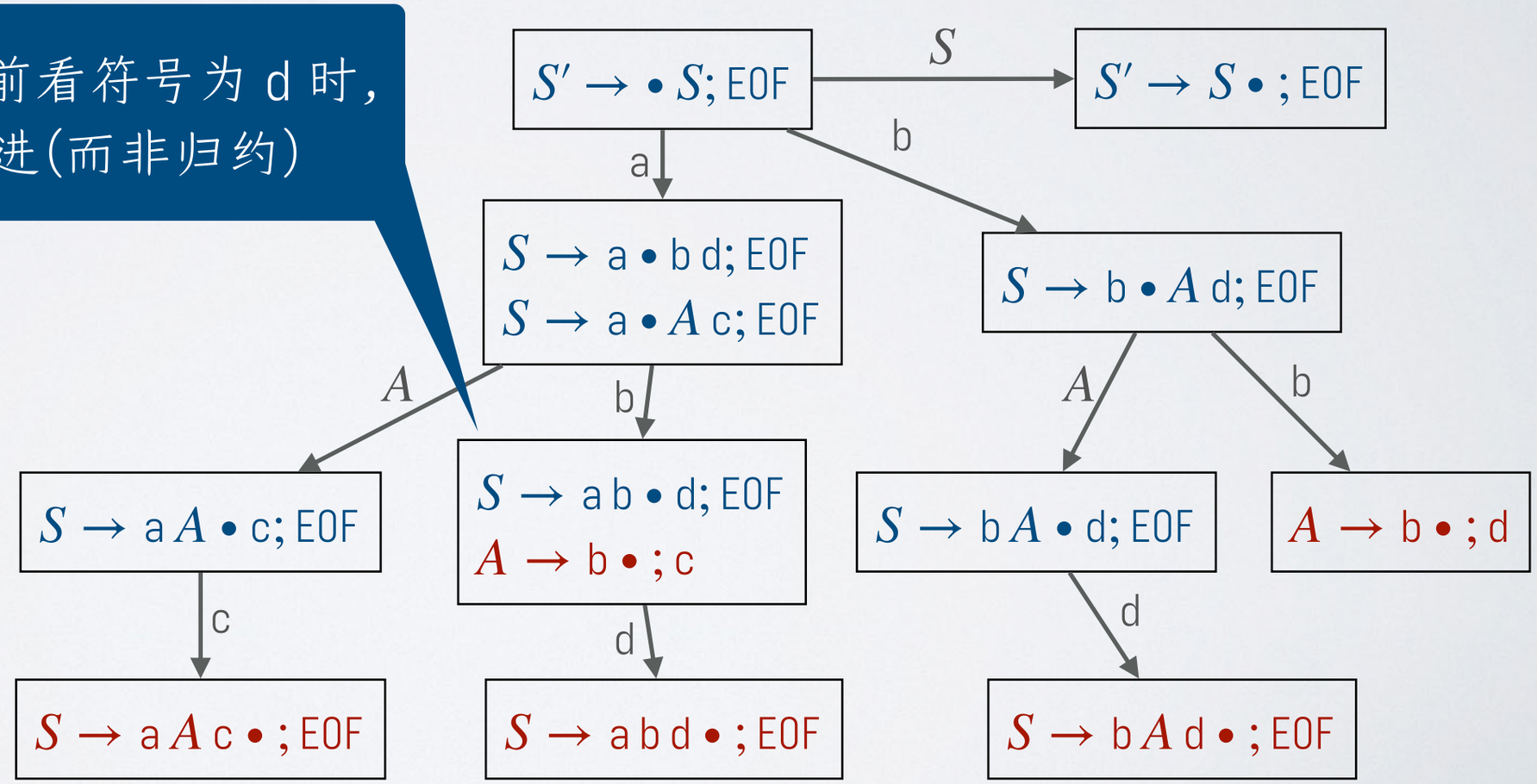


部分分析状态 +「再向前看」

- 使用 FOLLOW 集合来判断是否归约的方式比较粗糙
- 扩充每个部分分析状态 $A \to \alpha \bullet \gamma$ 为 $\langle A \to \alpha \bullet \gamma; c \rangle$
  - 从该部分分析状态完成 γ 的分析后，「再向前看」为 c 时可以进行归约

当分析栈「模式」为 a b、向前看符号为 d 时，不存在冲突，动作为移进(而非归约)

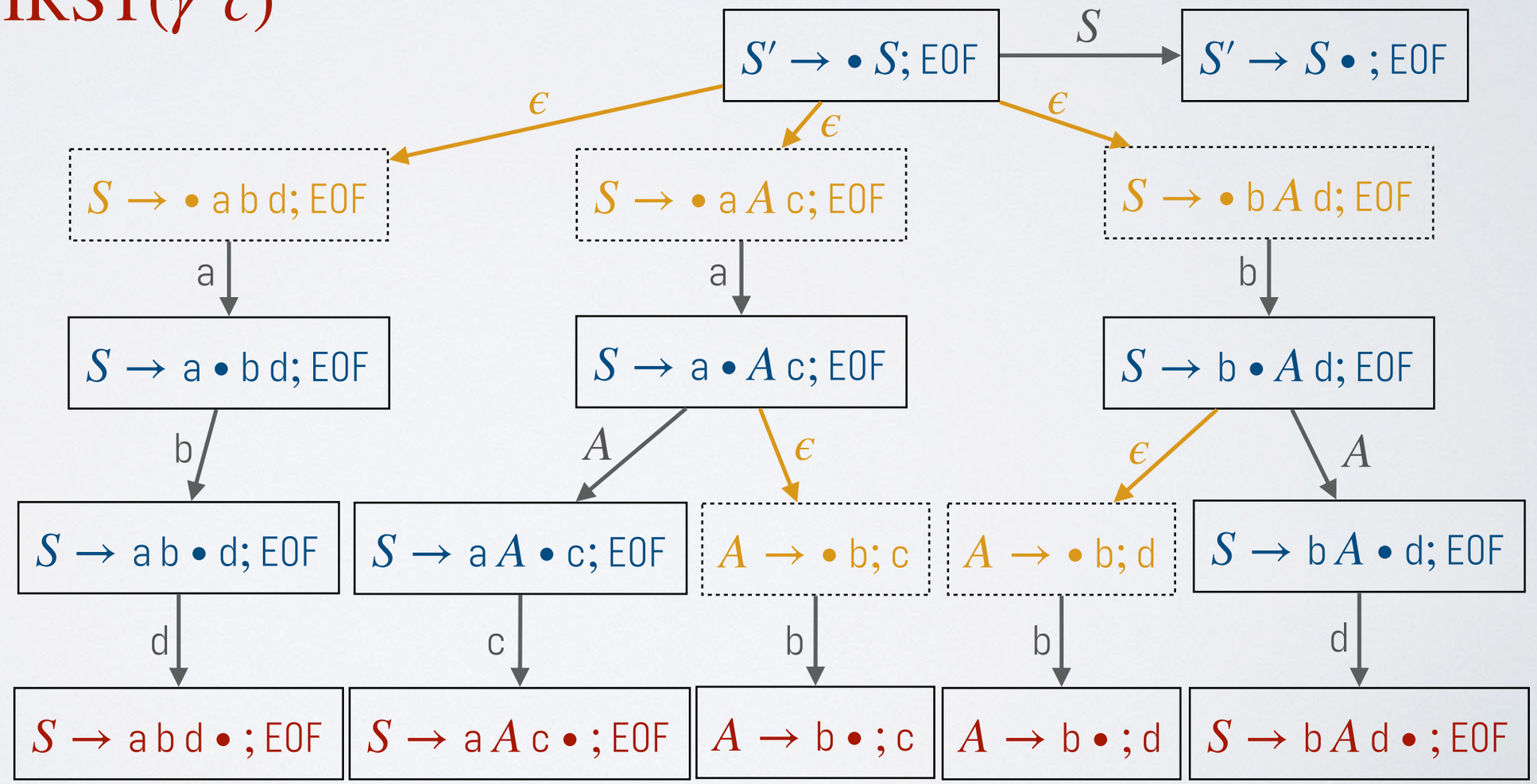
	$S' \to S$ EOF
[1]	$S \to$ a b d
[2]	$S \to$ a A c
[3]	$S \to$ b A d
[4]	$A \to$ b



部分分析状态 +「再向前看」

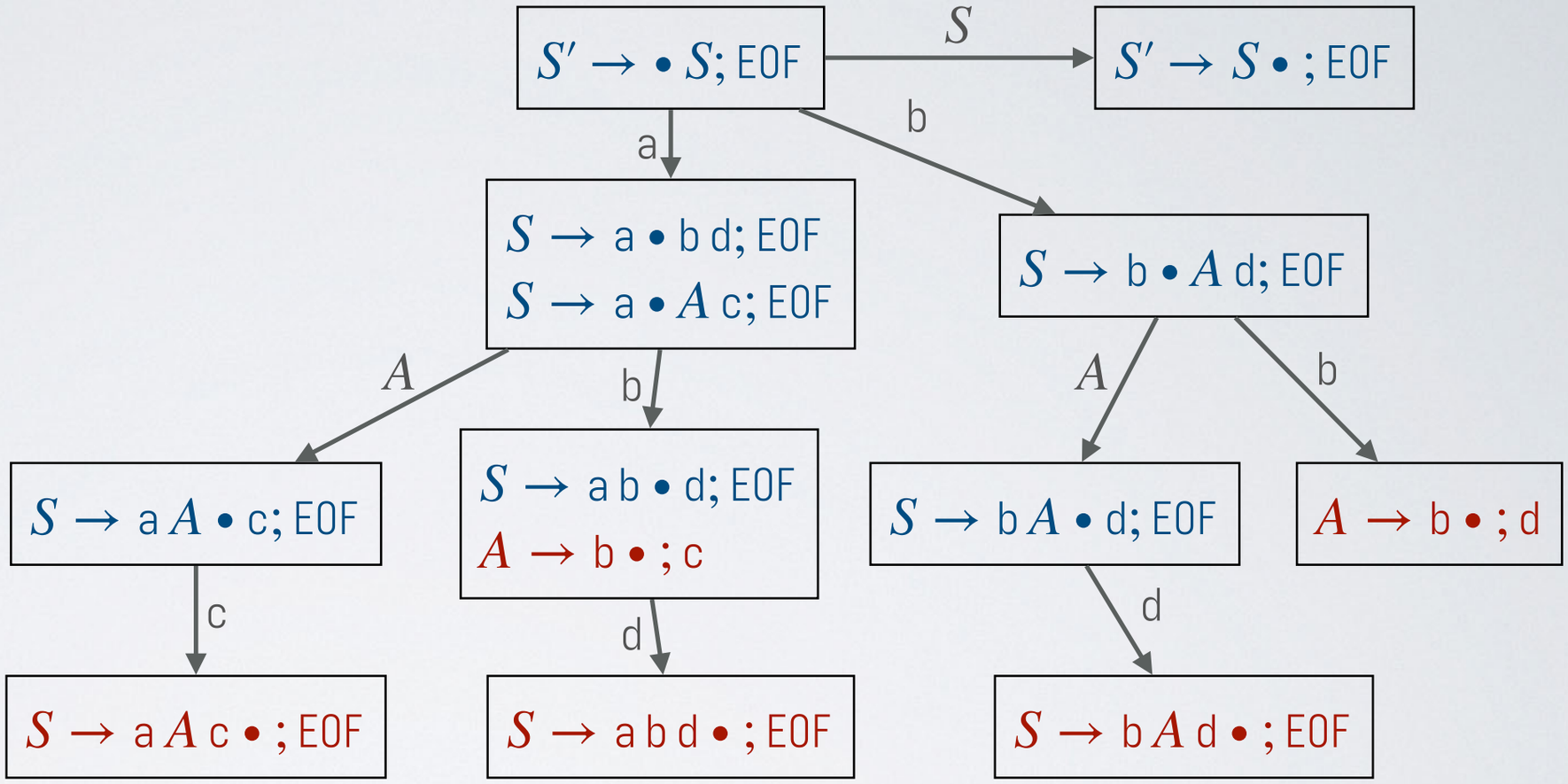
- 构造时，主要考虑 ϵ 转移对「再向前看」符号的影响
  - 回顾：对于状态 $A \to \alpha \bullet X\gamma'$ 和规则 $X \to \delta$，ϵ 转移到 $X \to \bullet\, \delta$
  - 对于状态 $\langle A \to \alpha \bullet X\gamma'; c\rangle$ 和规则 $X \to \delta$，ϵ 转移到 $\langle X \to \bullet\, \delta; d\rangle$，其中 $d \in \mathrm{FIRST}(\gamma' c)$

	$S' \to S$ EOF
[1]	$S \to$ a b d
[2]	$S \to$ a A c
[3]	$S \to$ b A d
[4]	$A \to$ b



部分分析状态 +「再向前看」

	$S' \to S$ EOF
[1]	$S \to$ a b d
[2]	$S \to$ a A c
[3]	$S \to$ b A d
[4]	$A \to$ b



向前看 \ 分析栈	ϵ	S	a	a A	a A c	a b	a b d	b	b A	b A d	b b
a	移进										
b	移进		移进					移进			
c				移进		归约 [4]					
d						移进			移进		归约 [4]
EOF		接受			归约 [2]		归约 [1]			归约 [3]	

构造分析表示例

$S' \to S$ EOF

[1] $S \to$ a A d

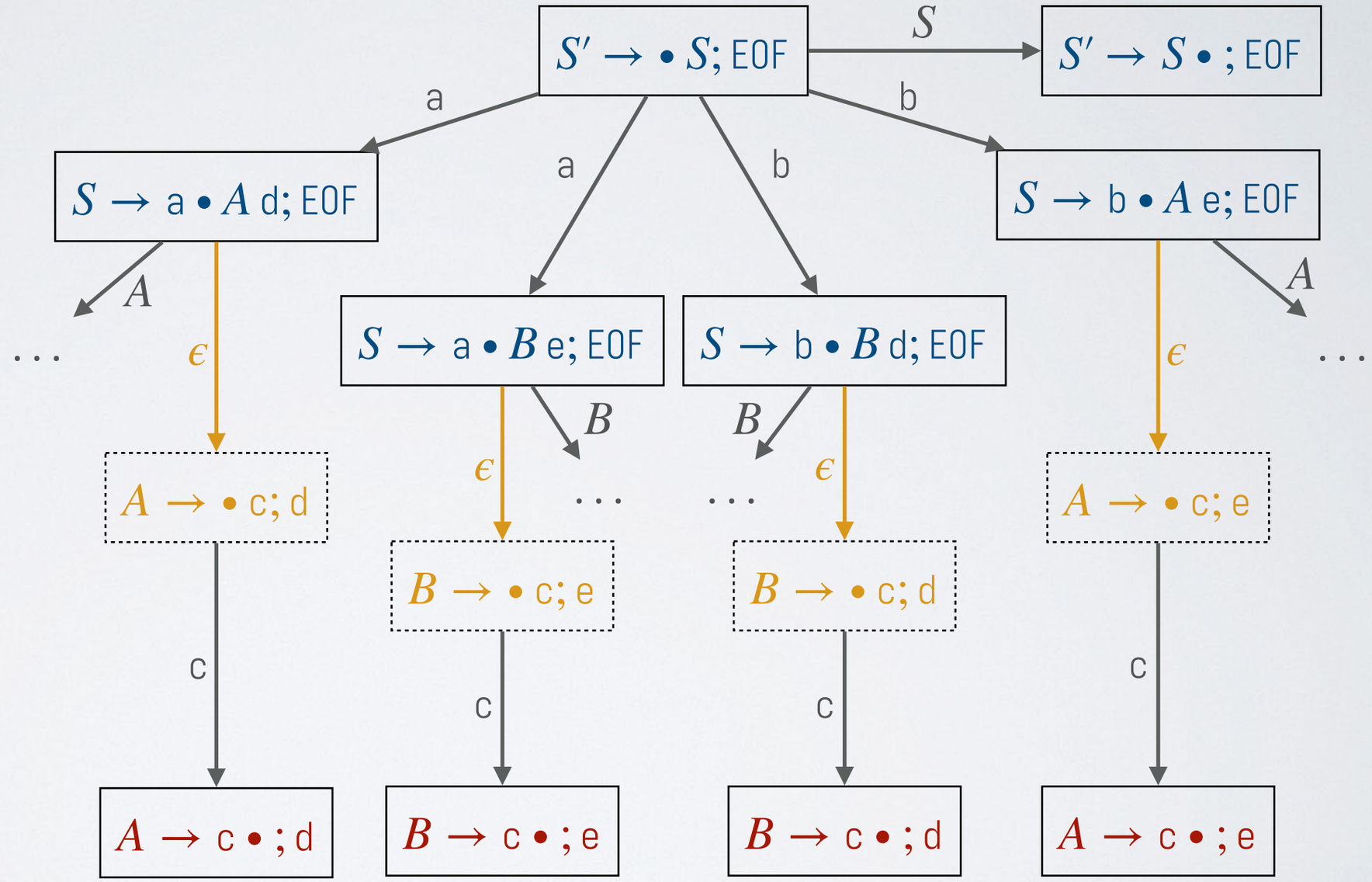
[2] $S \to$ b B d

[3] $S \to$ a B e

[4] $S \to$ b A e

[5] $A \to$ c

[6] $B \to$ c



构造分析表示例

$S' \to S$ EOF

[1] $S \to$ a A d

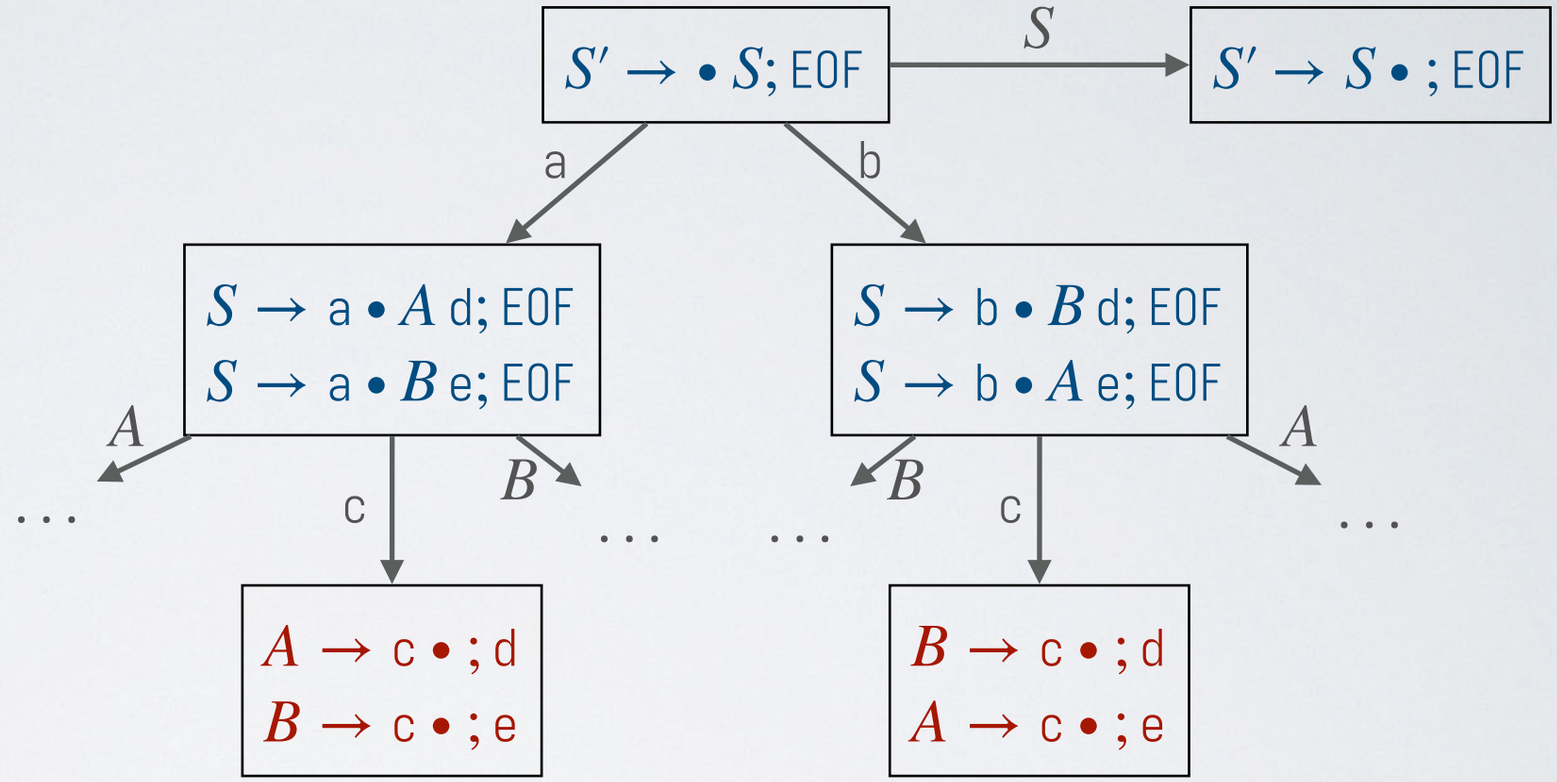
[2] $S \to$ b B d

[3] $S \to$ a B e

[4] $S \to$ b A e

[5] $A \to$ c

[6] $B \to$ c



分析栈 \ 向前看	a	b	c	d	e	EOF
ϵ	移进	移进				
S						接受
a c				归约 [5]	归约 [6]	
b c				归约 [6]	归约 [5]	
...						

LR 文法

- 能够通过**无冲突的移进-归约预测分析**进行识别的 CFG 文法
  - L: 从左往右扫描 token
    - 把 token 依次**移进**分析栈
  - R: 构造最右推导的分析树
    - 从分析栈的栈顶识别模式，按照产生规则进行**归约**

- **LR(k) 文法**: 部分分析状态可以记录 k 个「再向前看」的 token
  - 最常见的一种是 LR(1)

- **LR(k) 比 LL(k) 能表达的文法更多**
  - LL 文法要求在向前看 k 个符号时「猜出」用哪个产生规则进行推导
  - LR 文法是在完整的看到一个可归约的子串后，还能「再向前看」k 个符号来决定用哪个产生规则进行归约

LR 文法允许左递归

ϵ	‖	[[ ] [ ]] EOF
S	‖	[[ ] [ ]] EOF
S [	‖	[ ] [ ]] EOF
S [S	‖	[ ] [ ]] EOF
S [S [	‖	] [ ]] EOF
S [S [S	‖	] [ ]] EOF
S [S [S]	‖	[ ]] EOF
S [S	‖	[ ]] EOF
S [S [	‖	]] EOF
S [S [S	‖	]] EOF
S [S [S]	‖	] EOF
S [S	‖	] EOF
S [S]	‖	EOF
S	‖	EOF

	$S' \to S$ EOF
[1]	$S \to \epsilon$
[2]	$S \to S$ [S]

分析栈 \ 向前看	[	]	EOF
ϵ	归约 [1]	归约 [1]	归约 [1]
S	移进		接受
βS [	归约 [1]	归约 [1]	归约 [1]
βS [S	移进	移进	
βS [S]	归约 [2]	归约 [2]	归约 [2]

LR 文法允许左公因子

	$S' \to S\,\mathrm{EOF}$
[1]	$S \to [\,S\,]$
[2]	$S \to [\,]$

ϵ	‖	[[[]]]EOF
[	‖	[[]]]EOF
[[	‖	[]]]EOF
[[[	‖	]]]EOF
[[[]	‖	]]EOF
[[S	‖	]]EOF
[[S]	‖	]EOF
[S	‖	]EOF
[S]	‖	EOF
S	‖	EOF

分析栈 \ 向前看	[	]	EOF
ϵ	移进		
S			接受
β[	移进	移进	
β[S		移进	
β[S]	归约 [1]	归约 [1]	归约 [1]
β[]	归约 [2]	归约 [2]	归约 [2]

LR(1) 文法

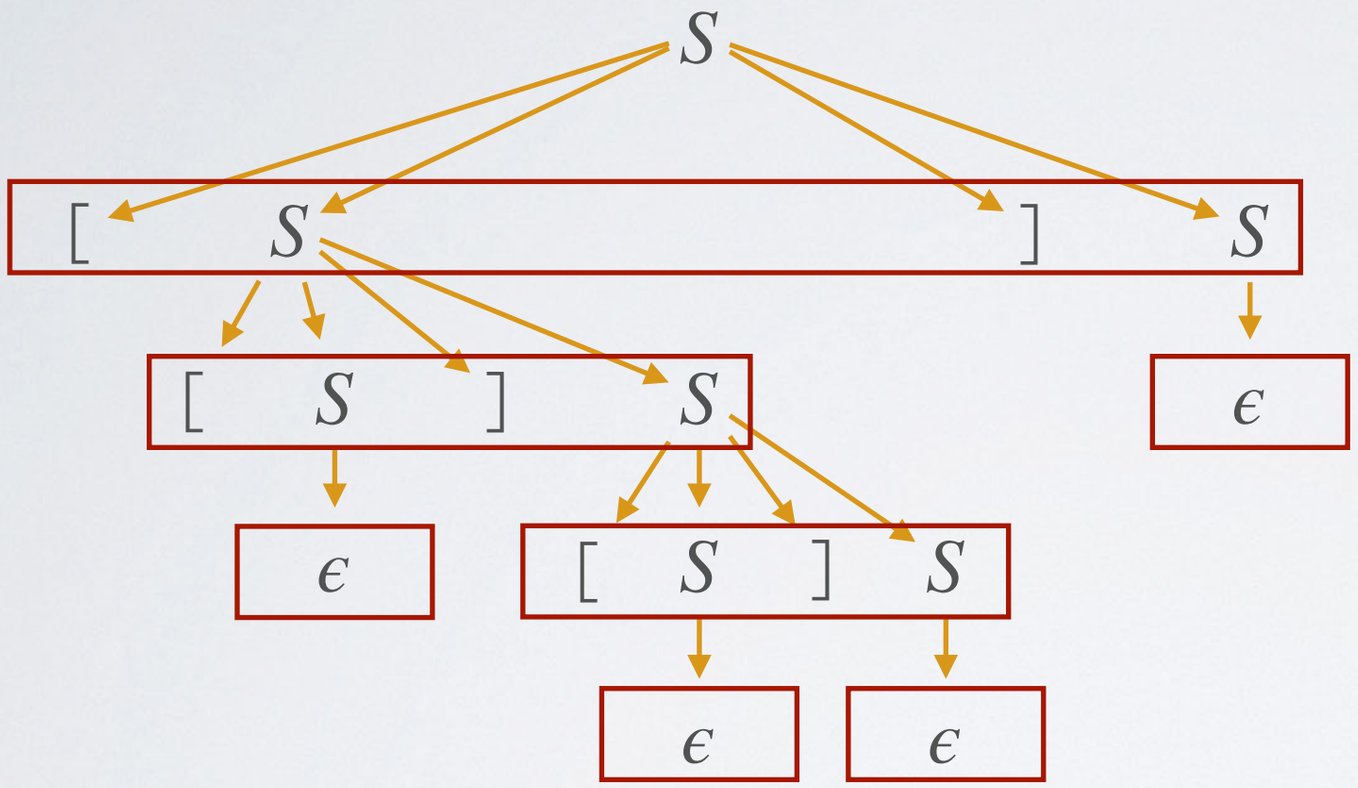
- 允许一个「再向前看」符号
- 用于识别栈模式的自动机中，状态形式为 $\langle A \to \alpha \bullet \gamma; c \rangle$
  - $A \to \alpha \bullet \gamma$ 表示「部分分析状态」
  - c 表示「再向前看」符号

- **构造移进-归约分析表的方法：**
  - 构造识别栈模式的 NFA，中间可能有非确定转移和 ϵ 转移
  - 把 NFA 转换为 DFA
  - 根据 DFA 确定可能的栈模式，再根据状态转移确定移进/归约动作

- **LR(1) 的工作原理是什么？**

LR(1) 的工作原理是什么？

- 自底向上语法分析通过归约得出最右推导

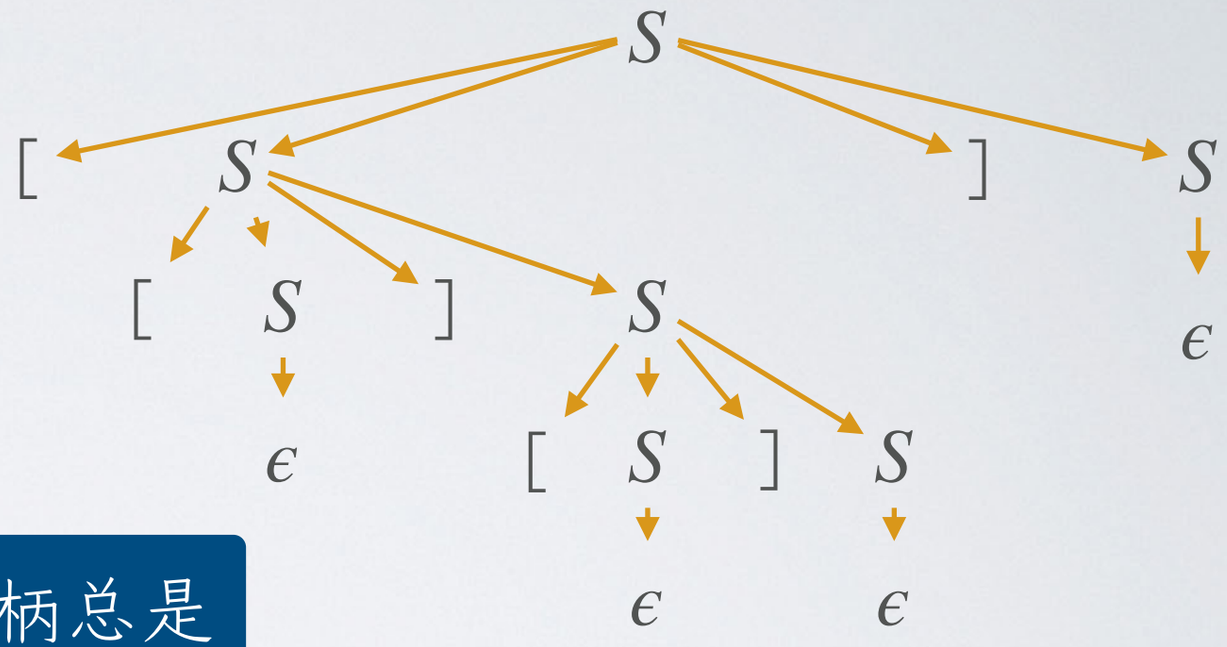


$$
\begin{aligned}
S &\Leftarrow [S]S \\
&\Leftarrow [S] \\
&\Leftarrow [[S]S] \\
&\Leftarrow [[S][S]S] \\
&\Leftarrow [[S][S]] \\
&\Leftarrow [[S][]] \\
&\Leftarrow [[][]]
\end{aligned}
$$

- 分析过程是不断找出**句柄**并归约
  - **句柄(handle)**：分析树上最左侧的、构成直接推导的连续叶子结点

LR(1) 的工作原理是什么？

句柄总是在栈顶



$$
\begin{aligned}
S &\Leftarrow [S]S \\
&\Leftarrow [S] \\
&\Leftarrow [[S]S] \\
&\Leftarrow [[S][S]S] \\
&\Leftarrow [[S][S]] \\
&\Leftarrow [[S][]] \\
&\Leftarrow [[][]]
\end{aligned}
$$

LR(1) 的工作原理是什么？

- LR(1) 能进行无冲突移进-归约分析的原因：
  - 对任意 $S \Rightarrow^* \alpha c \beta$ 和 $S \Rightarrow^* \alpha c \gamma$，其中 c 是终结符号，β、γ 中只有终结符号，如果 $\alpha c \beta$ 的句柄是 α 的一个后缀，那么 $\alpha c \gamma$ 的句柄是 α 的同一个后缀，并且这两个句柄对应的归约规则相同
  - **α 表示分析栈，c 表示「再向前看」符号**
- 构造识别句柄的**正则文法**：
  - **部分分析状态：** $\langle A; c \rangle$，A 为非终结符号，c 为「再向前看」符号
  - **归约状态：** $\langle [p] \rangle$，$[p]$ 为规则编号
  - $\langle S; \mathrm{EOF} \rangle \Rightarrow^* \alpha c \langle [p] \rangle$ 当且仅当存在 β 满足 $S \Rightarrow^* \alpha c \beta$ 且句柄是 α 的后缀且使用规则 $[p]$ 归约

[1]	$S \to \epsilon$
[2]	$S \to [\ S\ ]\ S$

$\langle S; \mathrm{EOF} \rangle \to \mathrm{EOF}$	$\langle [1] \rangle$
$\langle S; \mathrm{EOF} \rangle \to [$	$\langle S;] \rangle$
$\langle S; \mathrm{EOF} \rangle \to [\ S\ ]$	$\langle S; \mathrm{EOF} \rangle$
$\langle S; \mathrm{EOF} \rangle \to [\ S\ ]\ S\ \mathrm{EOF}$	$\langle [2] \rangle$
$\langle S;] \rangle \to]$	$\langle [1] \rangle$
$\langle S;] \rangle \to [$	$\langle S;] \rangle$
$\langle S;] \rangle \to [\ S\ ]$	$\langle S,] \rangle$
$\langle S;] \rangle \to [\ S\ ]\ S\ ]$	$\langle [2] \rangle$

LR(1) 的工作原理是什么？

[[	‖	] [ ] EOF	句柄：$\langle S; \text{EOF}\rangle \Rightarrow^* [\,][\,]\langle [1]\rangle$
[[S] [	‖	]] EOF	句柄：$\langle S; \text{EOF}\rangle \Rightarrow^* [\,[\,S\,][\,]\langle [1]\rangle$
[[S] [S]	‖	] EOF	句柄：$\langle S; \text{EOF}\rangle \Rightarrow^* [\,[\,S\,][\,S\,][\,]\langle [1]\rangle$
[[S] [S] S	‖	] EOF	句柄：$\langle S; \text{EOF}\rangle \Rightarrow^* [\,[\,S\,][\,S\,S\,]\langle [2]\rangle$
[[S] S	‖	] EOF	句柄：$\langle S; \text{EOF}\rangle \Rightarrow^* [\,[\,S\,]S\,]\langle [2]\rangle$
[S]	‖	EOF	句柄：$\langle S; \text{EOF}\rangle \Rightarrow^* [\,S\,]\,\text{EOF}\,\langle [1]\rangle$
[S] S	‖	EOF	句柄：$\langle S; \text{EOF}\rangle \Rightarrow^* [\,S\,]S\,\text{EOF}\,\langle [2]\rangle$

[1]	$S \to \epsilon$
[2]	$S \to [\,S\,]S$

- LR(1) 能进行无冲突移进-归约分析的原因：
  - 如果 $\langle S; \text{EOF}\rangle \Rightarrow^* \alpha\langle [p]\rangle$ 且 $\langle S; \text{EOF}\rangle \Rightarrow^* \alpha\beta\langle [q]\rangle$，则一定有 $\beta = \epsilon$ 且 $p = q$

$\langle S; \text{EOF}\rangle \to \text{EOF}$	$\langle [1]\rangle$
$\langle S; \text{EOF}\rangle \to [$	$\langle S;]\rangle$
$\langle S; \text{EOF}\rangle \to [\,S\,]$	$\langle S; \text{EOF}\rangle$
$\langle S; \text{EOF}\rangle \to [\,S\,]\,S\,\text{EOF}$	$\langle [2]\rangle$
$\langle S;]\rangle \to]$	$\langle [1]\rangle$
$\langle S;]\rangle \to [$	$\langle S;]\rangle$
$\langle S;]\rangle \to [\,S\,]$	$\langle S,]\rangle$
$\langle S;]\rangle \to [\,S\,]\,S\,]$	$\langle [2]\rangle$

LR(1) 文法的变种

- LR(0)
  - 不使用「再向前看」符号
  - 识别栈模式的自动机中状态形式为 $\langle A \to \alpha \bullet \gamma \rangle$
  - 前面已介绍过

- SLR(1), Simple LR
  - 自动机与 LR(0) 相同
  - 每个部分分析状态通过 FOLLOW 集合确定「再向前看」符号
  - 前面已介绍过

- LALR(1), Look-Ahead LR
  - 自动机与 LR(0) 同构，但状态形式为 $\langle A \to \alpha \bullet \gamma; c \rangle$
  - 可以认为是 LR(1) 的自动机把只有「再向前看」符号不同的状态进行合并

LALR(1) 示例

$S' \to S\ \mathrm{EOF}$

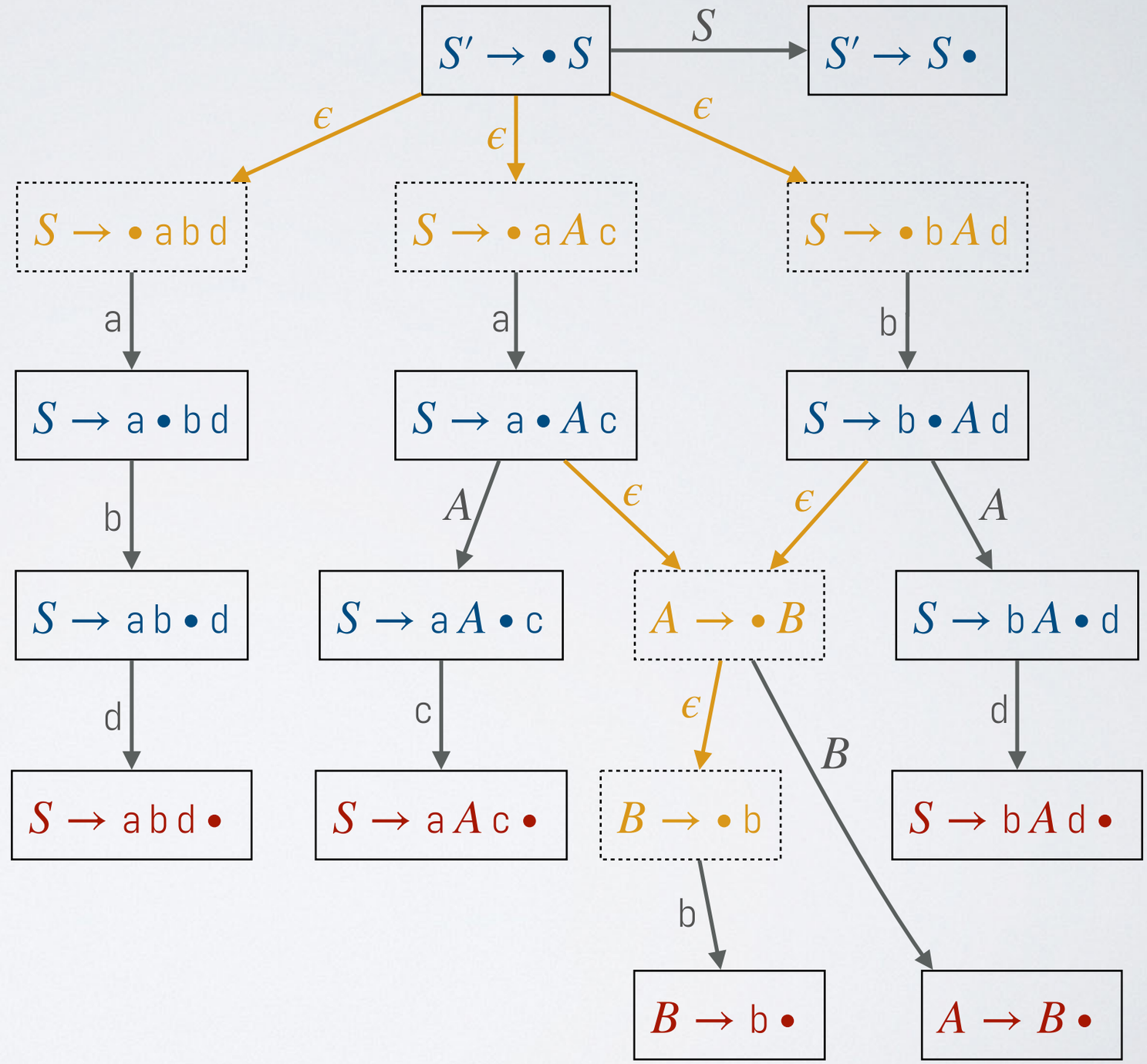
[1] $S \to \mathrm{a\,b\,d}$

[2] $S \to \mathrm{a}\,A\,\mathrm{c}$

[3] $S \to \mathrm{b}\,A\,\mathrm{d}$

[4] $A \to B$

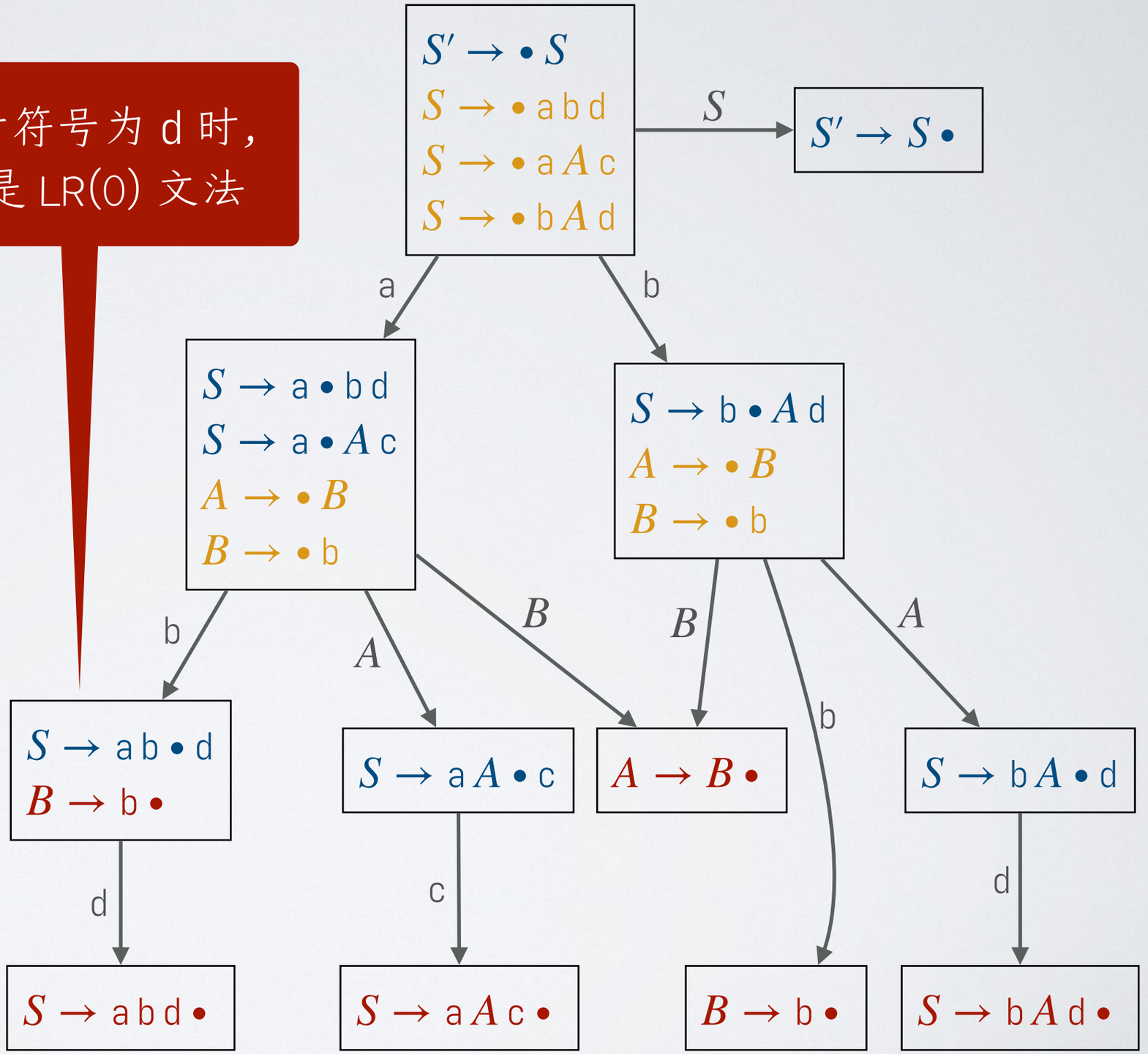
[5] $B \to \mathrm{b}$



LALR(1) 示例

当分析栈「模式」为 a b、向前看符号为 d 时，存在移进-归约冲突，所以不是 LR(0) 文法

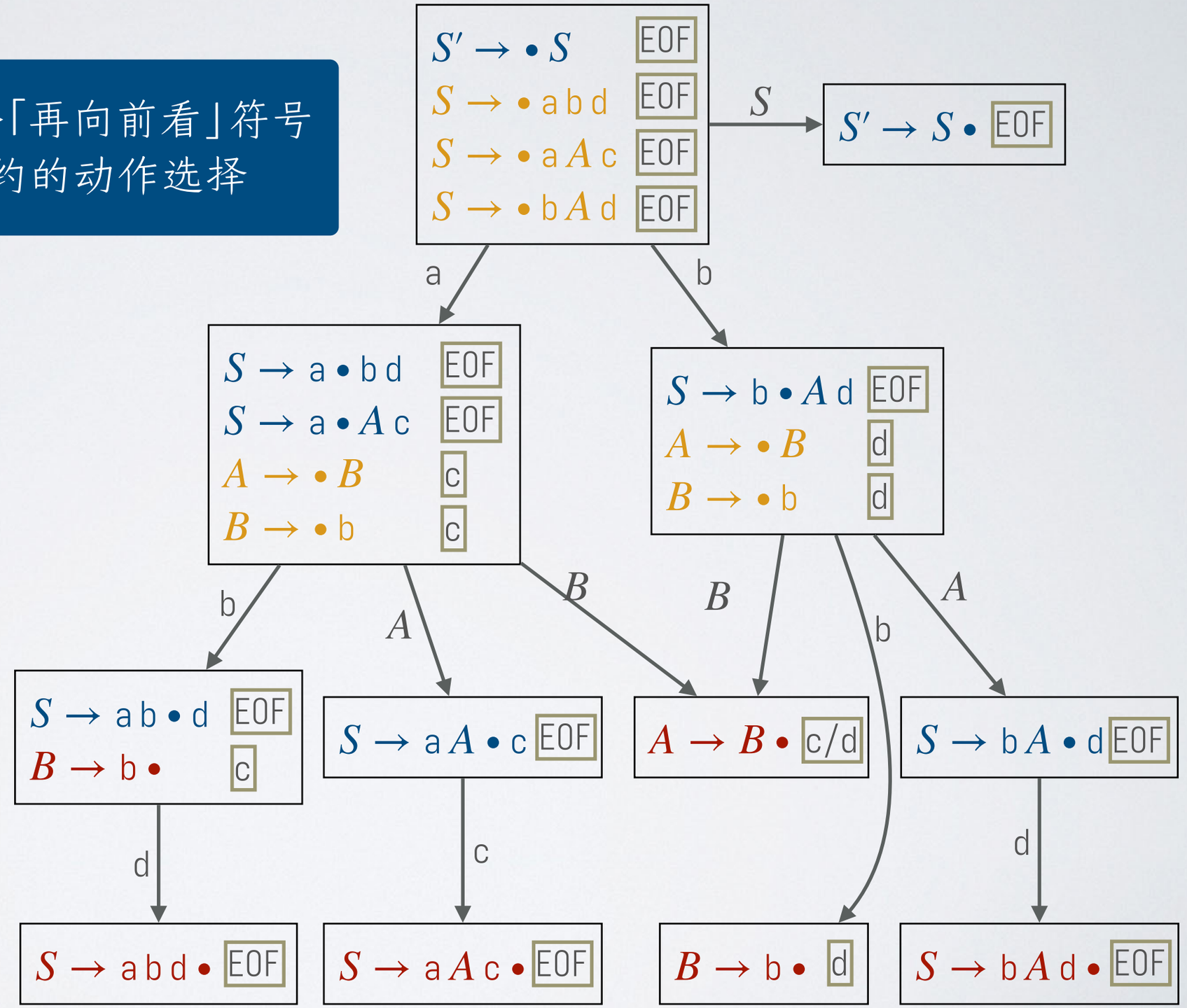
	$S' \to S\,\mathrm{EOF}$
[1]	$S \to \mathrm{a}\,\mathrm{b}\,\mathrm{d}$
[2]	$S \to \mathrm{a}\,A\,\mathrm{c}$
[3]	$S \to \mathrm{b}\,A\,\mathrm{d}$
[4]	$A \to B$
[5]	$B \to \mathrm{b}$



LALR(1) 示例

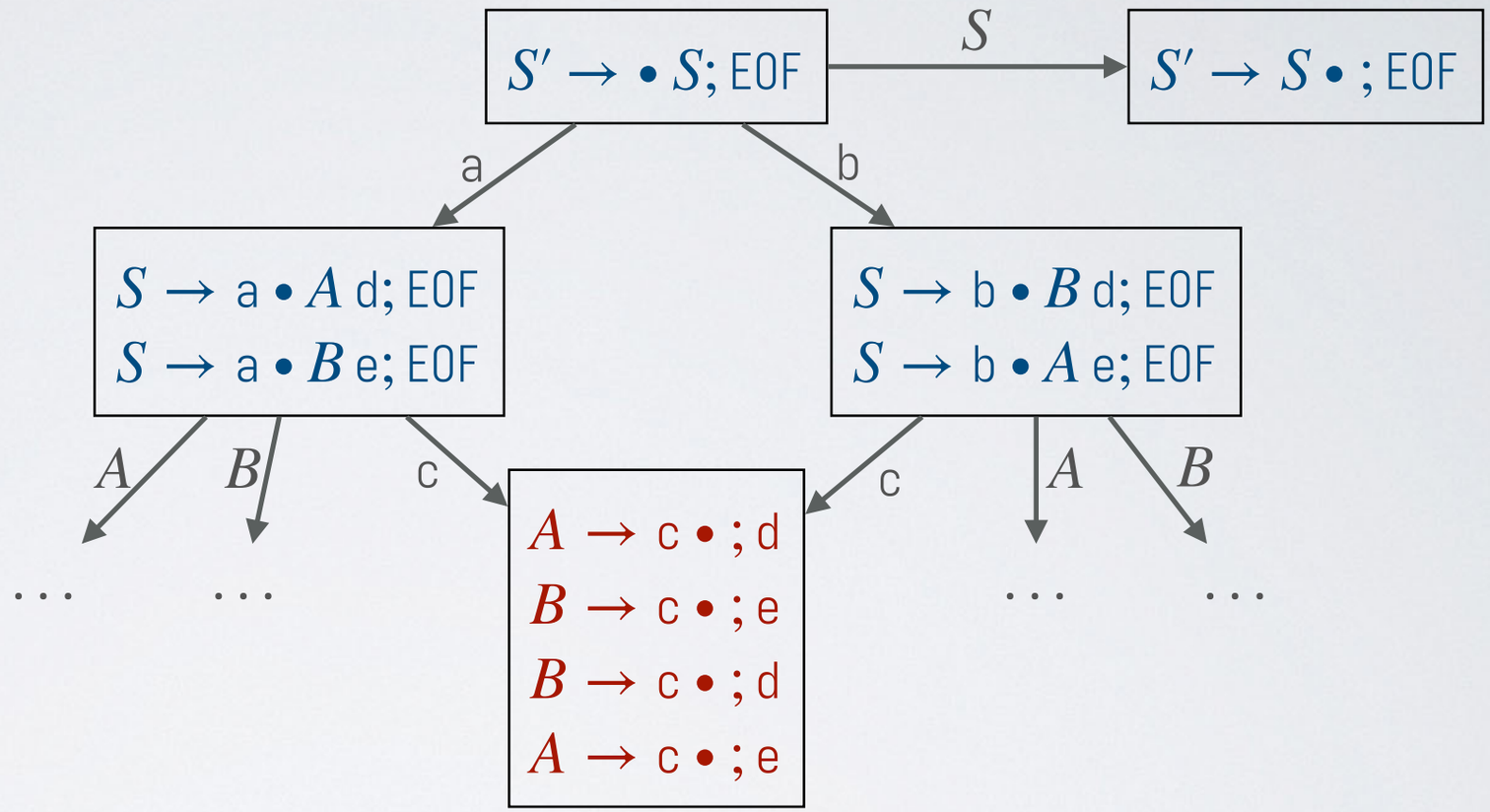
LALR(1) 通过一个「再向前看」符号
决定移进/归约的动作选择

$S' \to S$ EOF
[1] $S \to$ a b d
[2] $S \to$ a A c
[3] $S \to$ b A d
[4] $A \to B$
[5] $B \to$ b



LALR 可能引入归约-归约冲突

	$S' \to S$ EOF
[1]	$S \to$ a A d
[2]	$S \to$ b B d
[3]	$S \to$ a B e
[4]	$S \to$ b A e
[5]	$A \to$ c
[6]	$B \to$ c

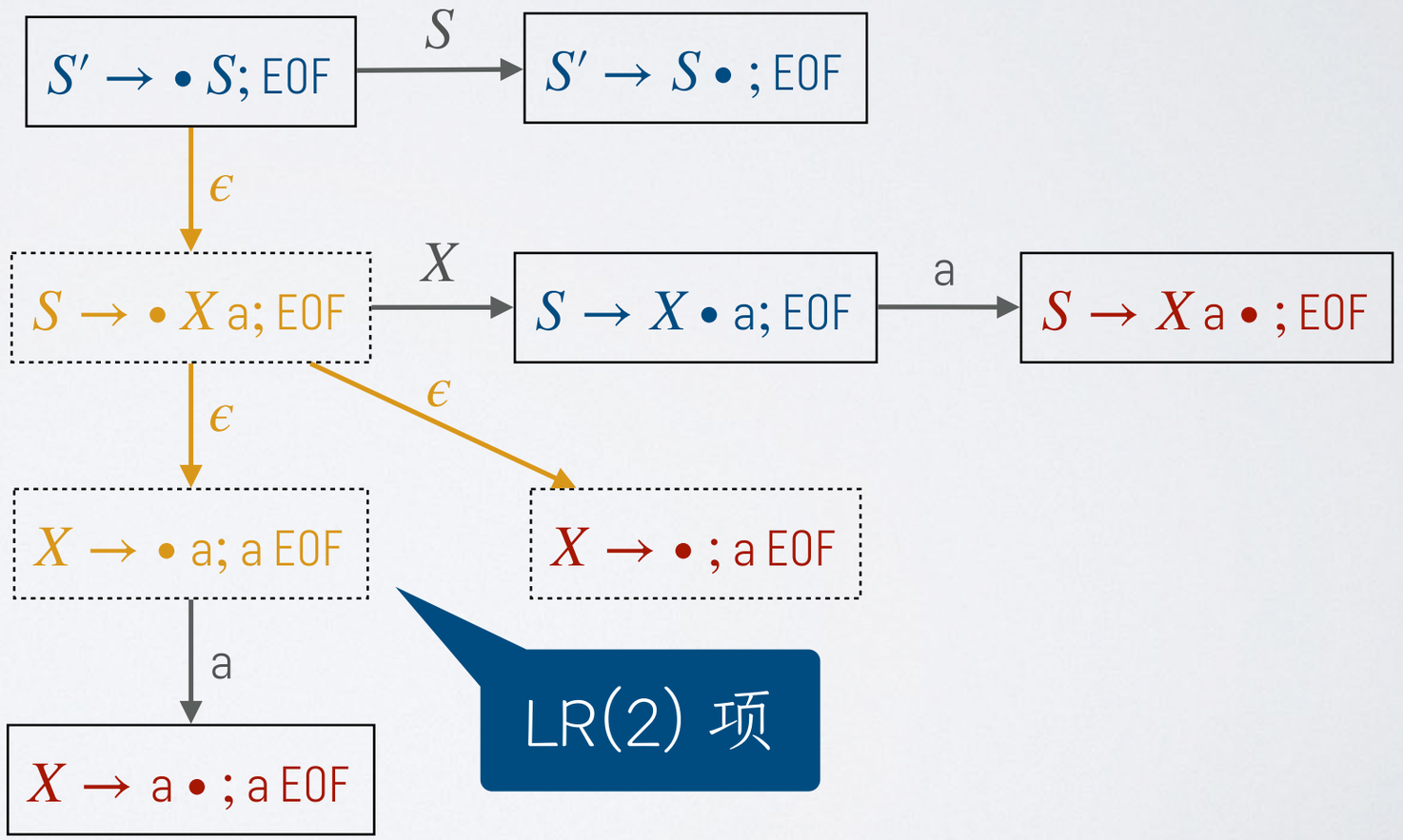


分析栈 \ 向前看	a	b	c	d	e	EOF
ϵ	移进	移进				
S						接受
ac 或 bc				归约 [5]/[6]???		

注意：「向前看」和「再向前看」

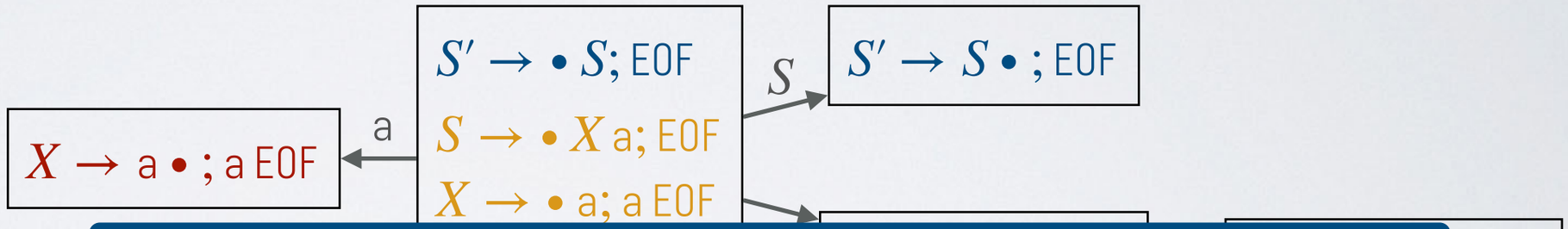
- **LL(k)**：向前看 k 个符号，确定产生规则
- **LR(k)**：移进时，向前看 1 个符号；归约时，向前看 k 个符号并与部分分析状态中的「再向前看」符号比较并确定归约规则

	$S' \to S$ EOF
[1]	$S \to X$ a
[2]	$X \to$ a
[3]	$X \to \epsilon$



注意：「向前看」和「再向前看」

- **LL(k)**：向前看 k 个符号，确定产生规则
- **LR(k)**：移进时，向前看 1 个符号；归约时，向前看 k 个符号并与部分分析状态中的「再向前看」符号比较并确定归约规则



无冲突，因为移进 a 后向前看为 EOF 时会报错

$S' \to S$ EOF

[1] $S \to X$ a

[2] $X \to$ a

[3] $X \to \epsilon$

分析栈 \ 向前看	a	EOF
ϵ	移进	
S		接受
a		
X	移进	
X a		

分析栈 \ 向前看	EOF	a EOF
ϵ		归约 [3]
S		
a		归约 [2]
X		
X a	归约 [1]	

注意：「向前看」和「再向前看」

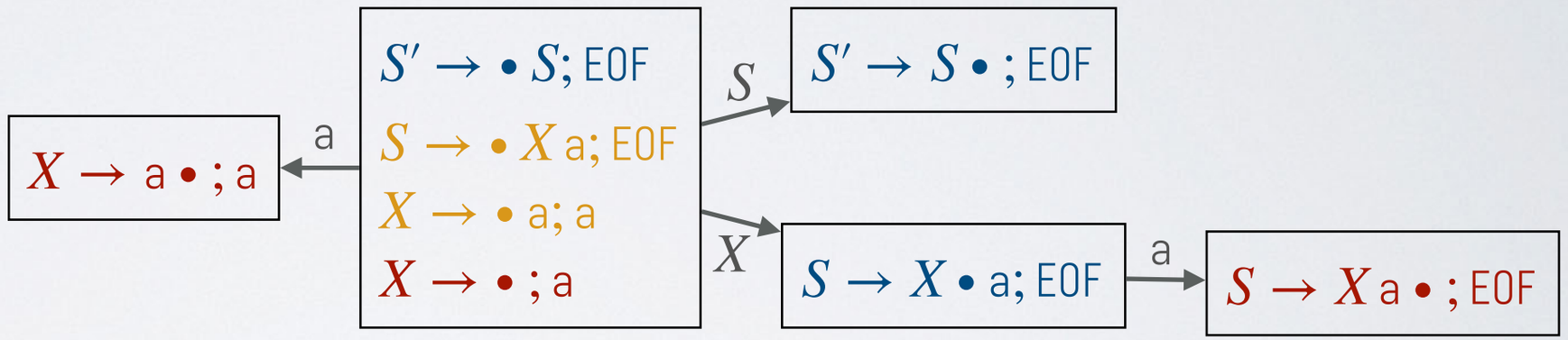
- **LL(k)**：向前看 k 个符号，确定产生规则
- **LR(k)**：移进时，向前看 1 个符号；归约时，向前看 k 个符号并与部分分析状态中的「再向前看」符号比较并确定归约规则

非 LR(1) 文法

	$S' \to S$ EOF
[1]	$S \to X$ a
[2]	$X \to$ a
[3]	$X \to \epsilon$

但这个语言明显可以写一个 LR(1) 文法：

S ::= a a | a

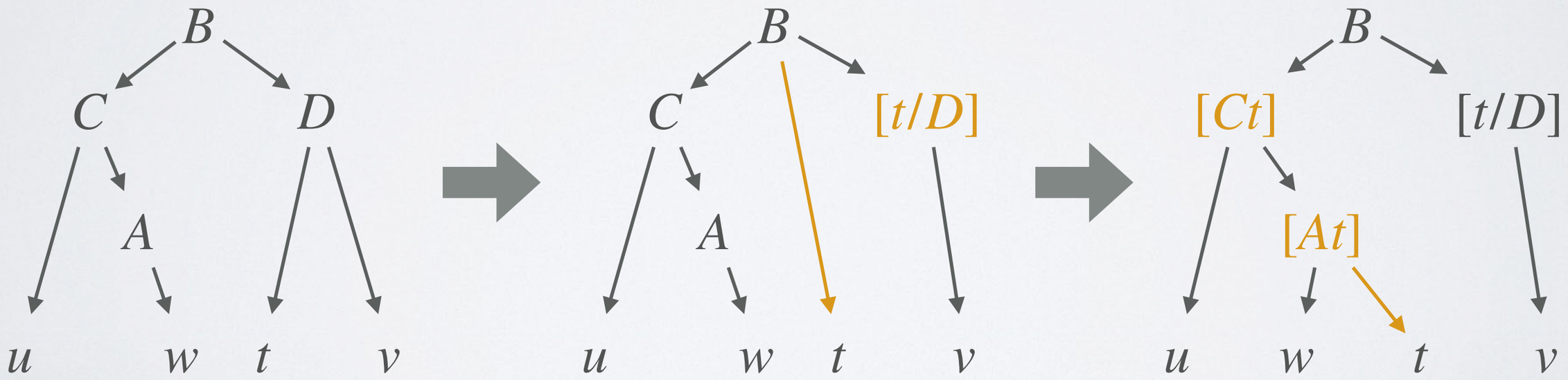


分析栈 \ 向前看	a	EOF
ϵ	移进/归约 [3]	
S		接受
a	归约 [2]	
X	移进	
X a		归约 [1]

LR(k) 的「能力」不超过 LR(1)

- **定理：对于一个能用 LR(k) 文法识别的语言，一定存在一个 LR(1) 文法识别相同的语言**[MLS76]

- 思路：如果 $A \to w$ 是造成非 LR(1) 的产生规则，比如需要 2 个向前看符号 t, v 来产生一个 $A \Leftarrow w$ 的归约，那么可以对 t 进行 **right-context extraction** 和 **premature scanning**



[MLS76] M. D. Mickunas, R. L. Lancaster, and V. B. Schneider. Transforming LR(k) Grammars to LR(1), SLR(1), and (1,1) Bounded Right-Context Grammars. J. ACM, 23(3):511–533, 1976.

LR(k) 的「能力」不超过 LR(1)

$X \to \epsilon$ 是导致非 LR(1) 的问题来源

[1]	$S \to X\,\mathsf{a}$
[2]	$X \to \mathsf{a}$
[3]	$X \to \epsilon$

对 a 应用 premature scanning

[1]	$S \to [X\,\mathsf{a}]$
[2]	$[X\,\mathsf{a}] \to \mathsf{a}\,\mathsf{a}$
[3]	$[X\,\mathsf{a}] \to \mathsf{a}$

$A \to \mathsf{a}, B \to \mathsf{a}$ 是导致非 LR(1) 的问题来源

[1]	$S \to A\,\mathsf{b}\,\mathsf{b}$
[2]	$S \to B\,\mathsf{b}\,\mathsf{c}$
[3]	$A \to A\,\mathsf{a}$
[4]	$A \to \mathsf{a}$
[5]	$B \to \mathsf{a}$

对 b 应用 pre. scan.

对 b 应用 pre. scan.

对 a 应用 pre. scan.

[1]	$S \to [A\,\mathsf{b}]\,\mathsf{b}$
[2]	$S \to [B\,\mathsf{b}]\,\mathsf{c}$
[3]	$[A\,\mathsf{b}] \to [A\,\mathsf{a}]\,\mathsf{b}$
[4]	$[A\,\mathsf{b}] \to \mathsf{a}\,\mathsf{b}$
[5]	$[A\,\mathsf{a}] \to [A\,\mathsf{a}]\,\mathsf{a}$
[6]	$[A\,\mathsf{a}] \to \mathsf{a}\,\mathsf{a}$
[7]	$[B\,\mathsf{b}] \to \mathsf{a}\,\mathsf{b}$

LR(k) 的「能力」不超过 LR(1)

$S \to \mathsf{a}$ 是导致非 LR(1) 的问题来源

对第二个 S 应用 right-context extraction

[1] $S \to \mathsf{b}\,S\,S$

[2] $S \to \mathsf{a}$

[3] $S \to \mathsf{a}\,\mathsf{a}\,\mathsf{c}$

$S \to \mathsf{b}\,S\,\mathsf{a}\,[\mathsf{a}/S]$

$S \to \mathsf{b}\,S\,\mathsf{b}\,[\mathsf{b}/S]$

$S \to \mathsf{a}$

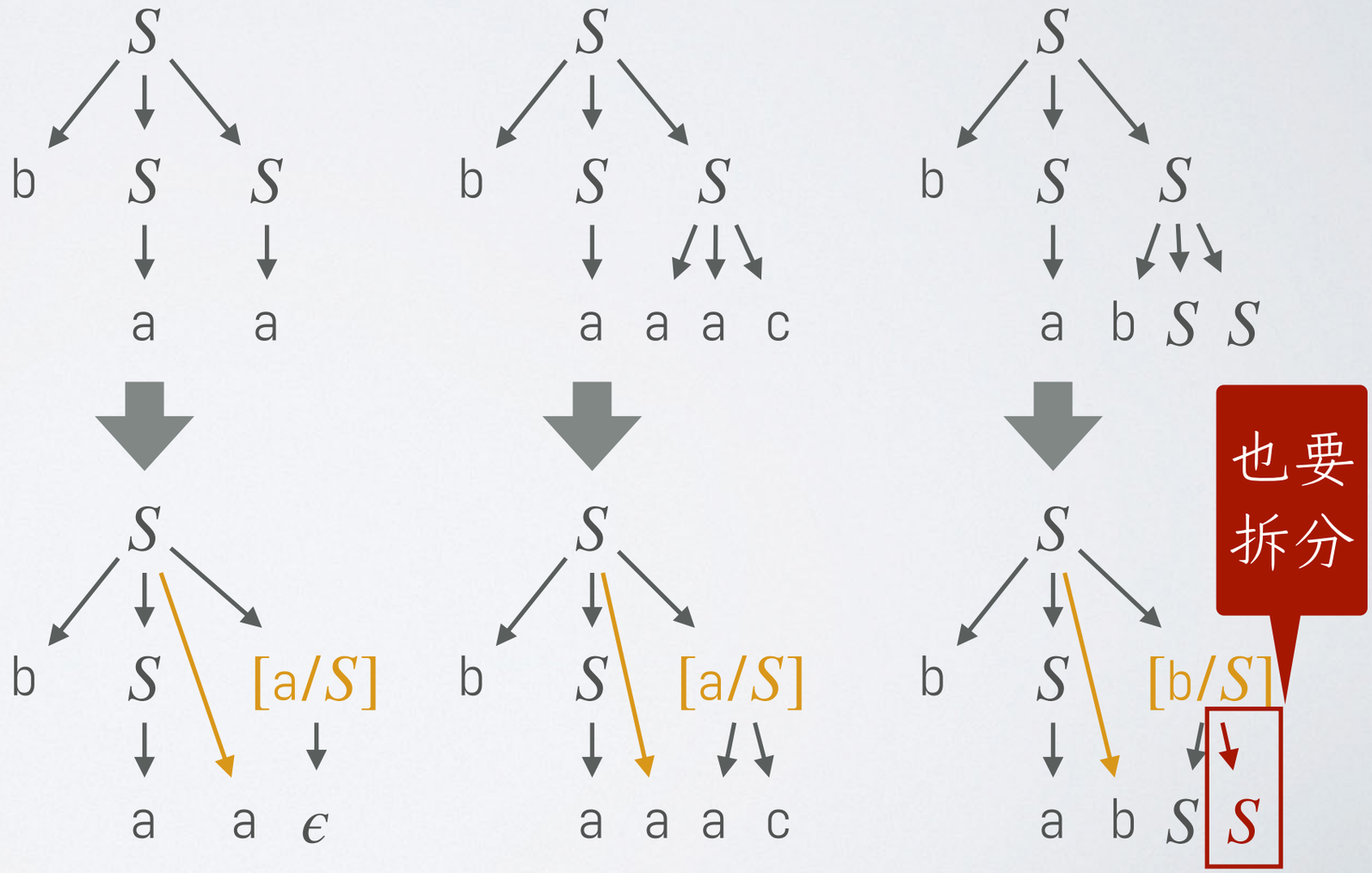
$S \to \mathsf{a}\,\mathsf{a}\,\mathsf{c}$

$[\mathsf{a}/S] \to \epsilon$

$[\mathsf{a}/S] \to \mathsf{a}\,\mathsf{c}$

$[\mathsf{b}/S] \to S\,\mathsf{a}\,[\mathsf{a}/S]$

$[\mathsf{b}/S] \to S\,\mathsf{b}\,[\mathsf{b}/S]$



LR(k) 的「能力」不超过 LR(1)

$S \to$ a 是导致非 LR(1) 的问题来源

[1] $S \to$ b S S

[2] $S \to$ a

[3] $S \to$ a a c

对 a 应用 premature scanning

$S \to$ b S a [a/S]

$S \to$ b S b [b/S]

$S \to$ a

$S \to$ a a c

[a/S] $\to \epsilon$

[a/S] $\to$ a c

[b/S] $\to$ S a [a/S]

[b/S] $\to$ S b [b/S]

S ::= b [S a] [a/S] | b S b [b/S] | a | a a c

[S a] ::= b [S a] [[a/S] a] | b S b [[b/S] a] | a a | a a c a

[a/S] ::= ϵ | a c

[[a/S] a] ::= a | a c a

[b/S] ::= [S a] [a/S] | S b [b/S]

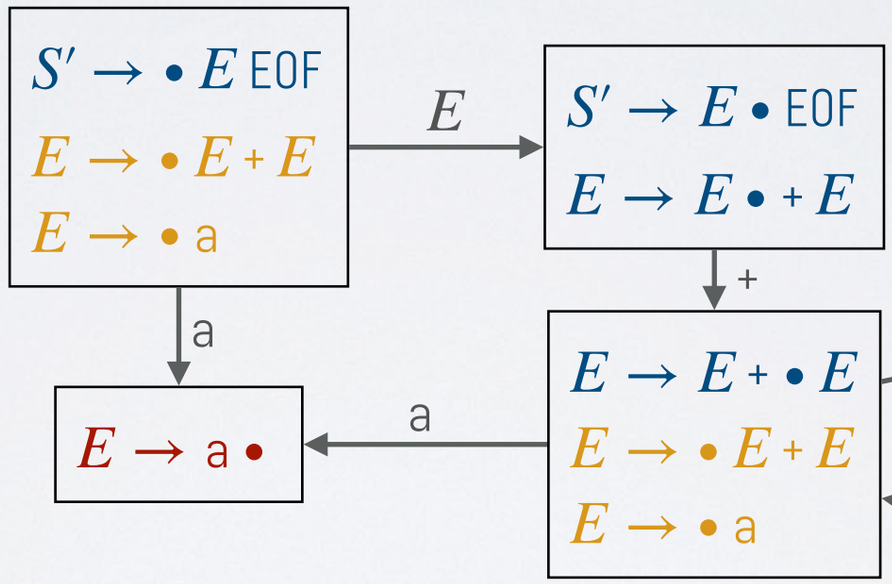
[[b/S] a] ::= [S a] [[a/S] a] | S b [[b/S] a]

Generalized LR (GLR)

- 当无法决定应该移进或归约时，进行**广度优先搜索**
  - 进入某个部分分析状态时，为每种可能的归约创建一个**「复制」**
  - 考虑创建出的所有**「复制」**(包括不归约的)，去掉不能进行移进的

二义性文法

$$
\begin{array}{ll}
 & S' \to E\ \mathrm{EOF} \\
[1] & E \to E + E \\
[2] & E \to \mathrm{a}
\end{array}
$$

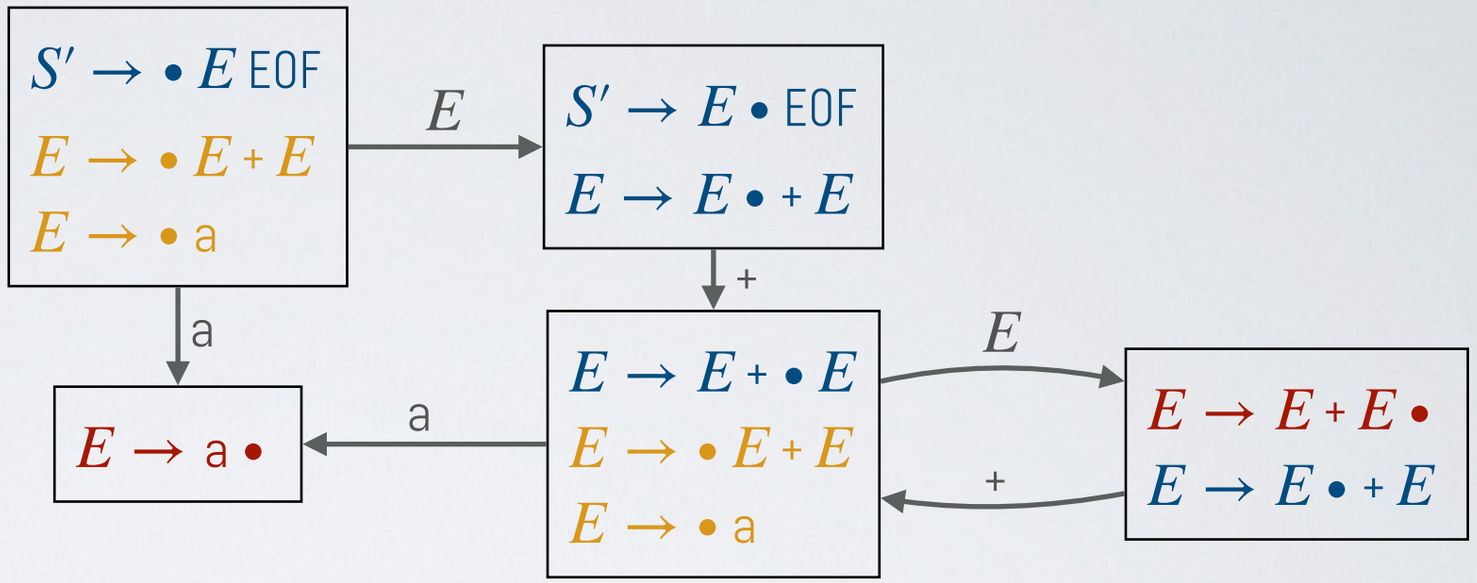


移进-归约冲突

向前看 \ 分析栈	ϵ	E	β a	$\beta E +$	$\beta E + E$
a	移进		归约 [2]	移进	归约 [1]
+		移进	归约 [2]		**移进/归约**
EOF		接受	归约 [2]		归约 [1]

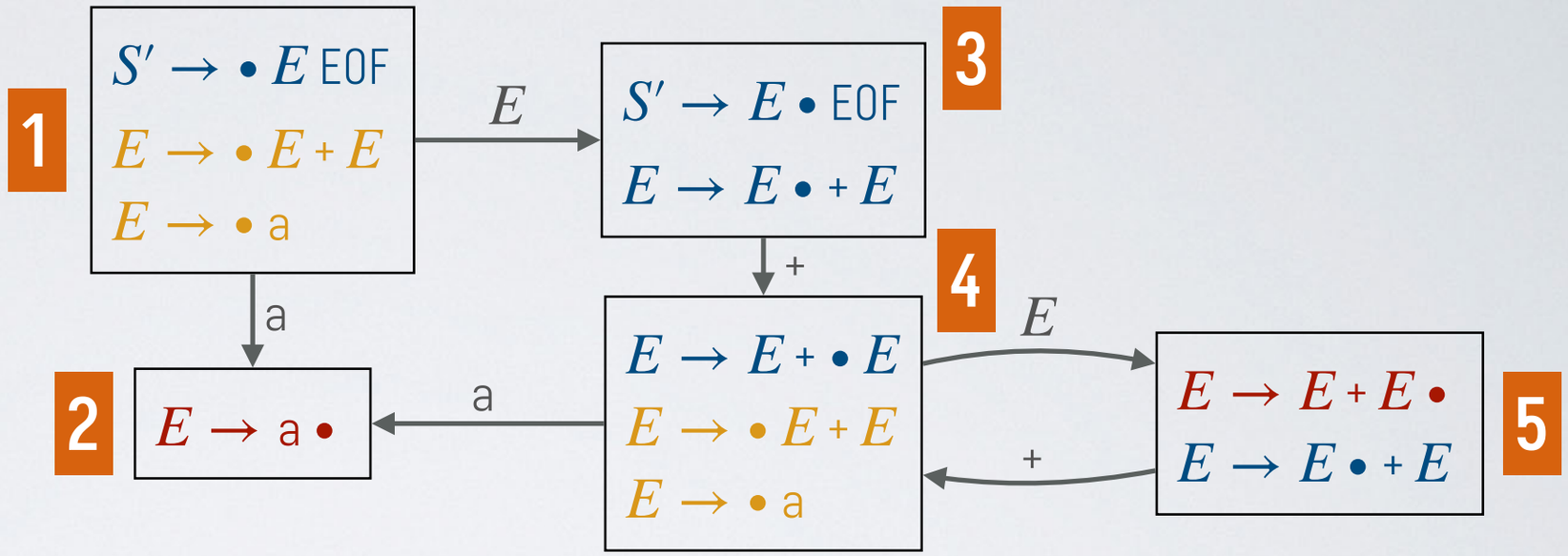
Generalized LR (GLR)

	$S' \to E\,\mathrm{EOF}$
[1]	$E \to E + E$
[2]	$E \to \mathrm{a}$

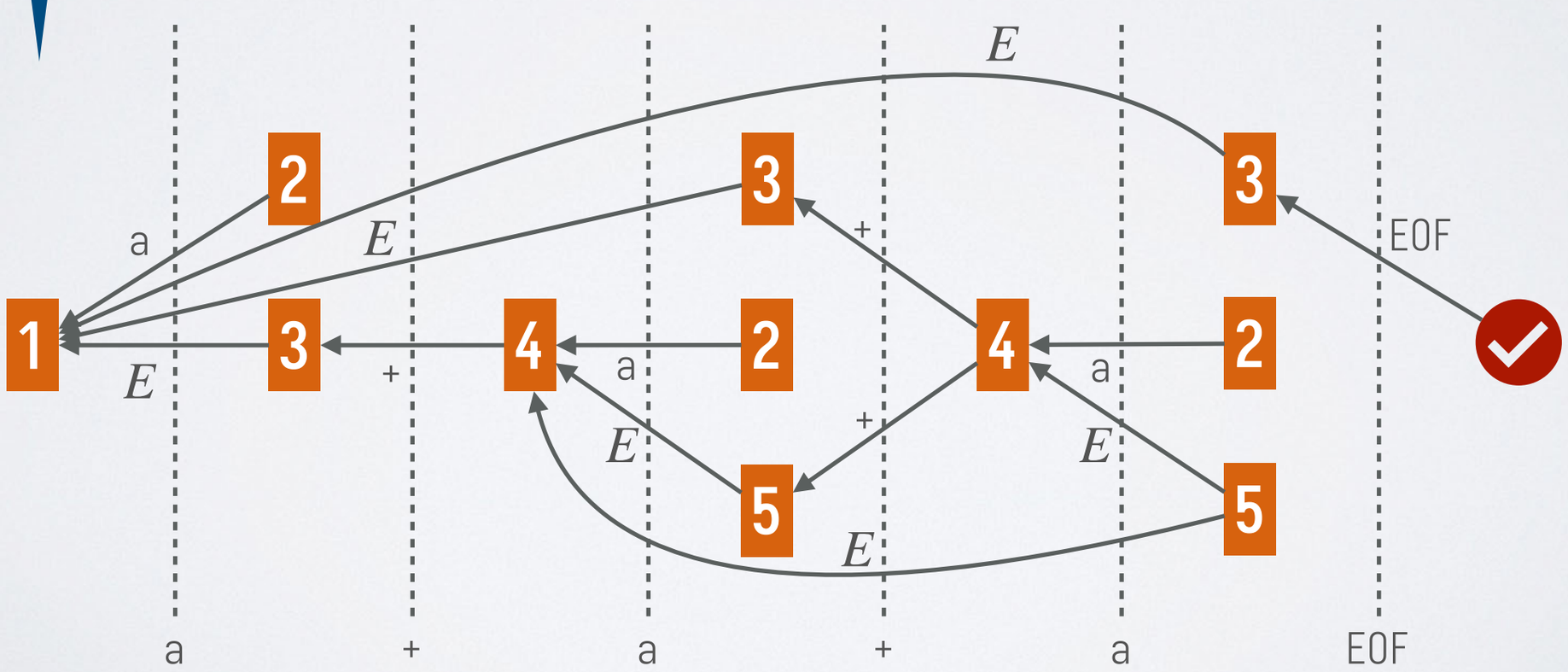


Generalized LR (GLR)

	$S' \to E$ EOF
[1]	$E \to E + E$
[2]	$E \to$ a



分析栈 DAG

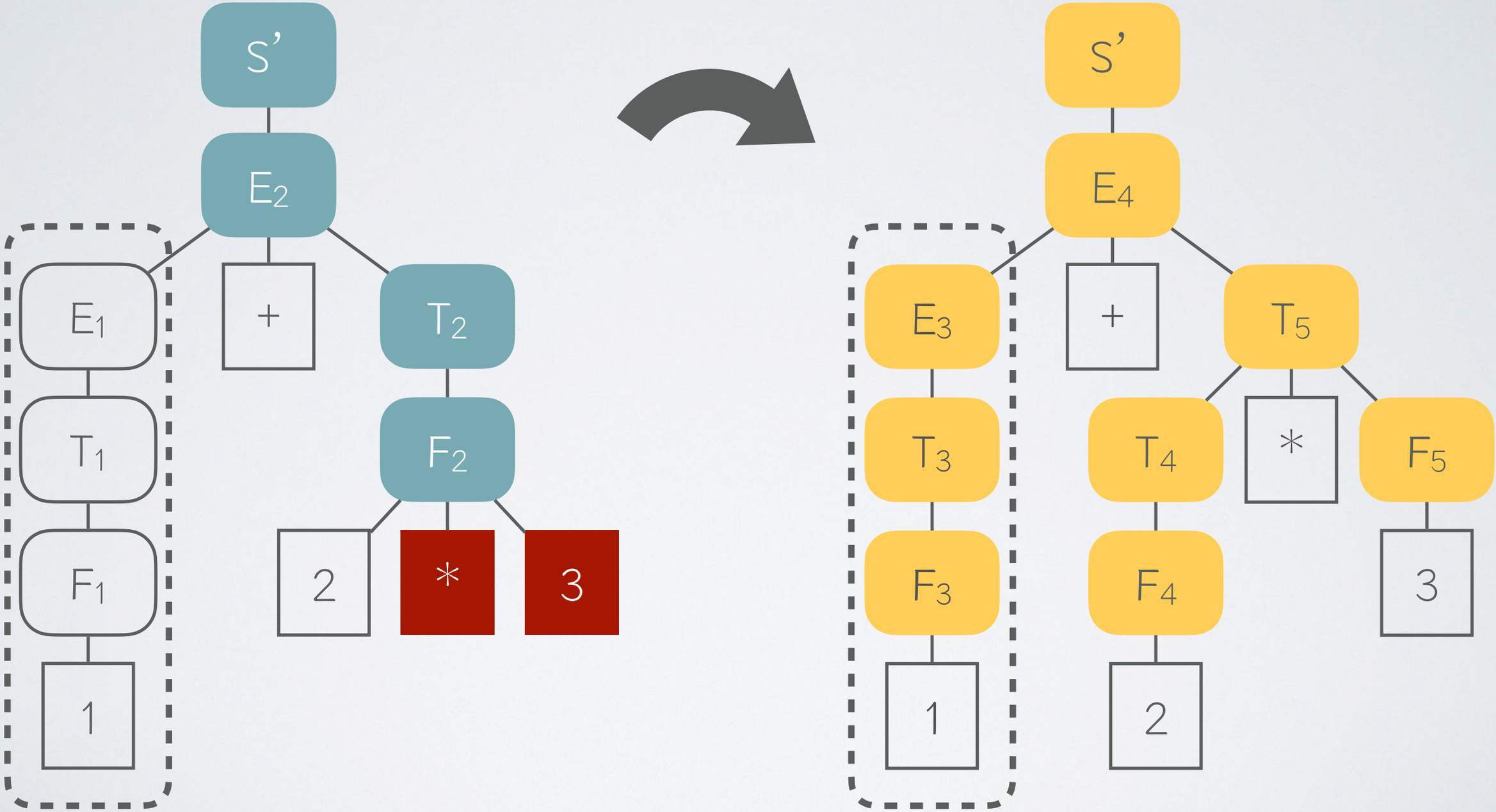


增量式语法分析

- 问题：IDE 中，是否每敲一个字符都要**重新进行语法分析**？
- 常用的语法分析算法时间复杂度是线性的
- GitHub：我每天要处理的代码太多了！

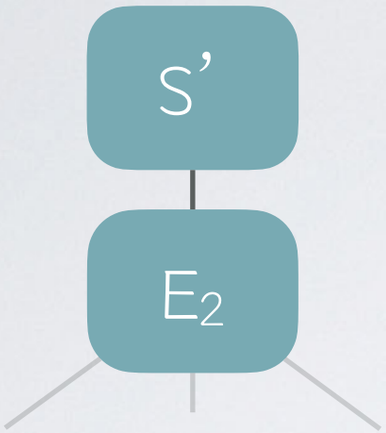
- **增量式语法分析**
  - Incremental Parsing
  - 重新分析时尽量**只分析代码的增/减量**
  - 基于编辑历史的错误信息生成
- GitHub 推出 tree-sitter 工具：自动生成增量式分析器

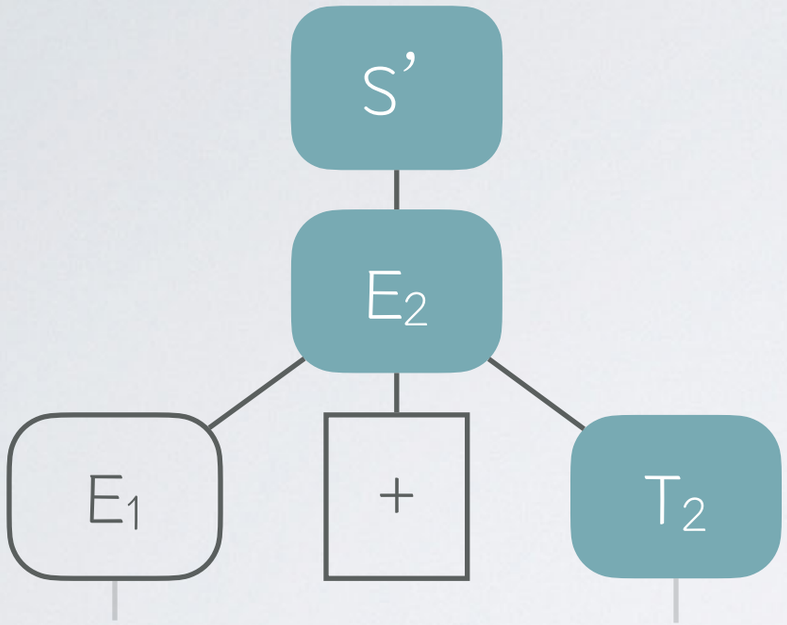
LR(1) 文法的增量式分析



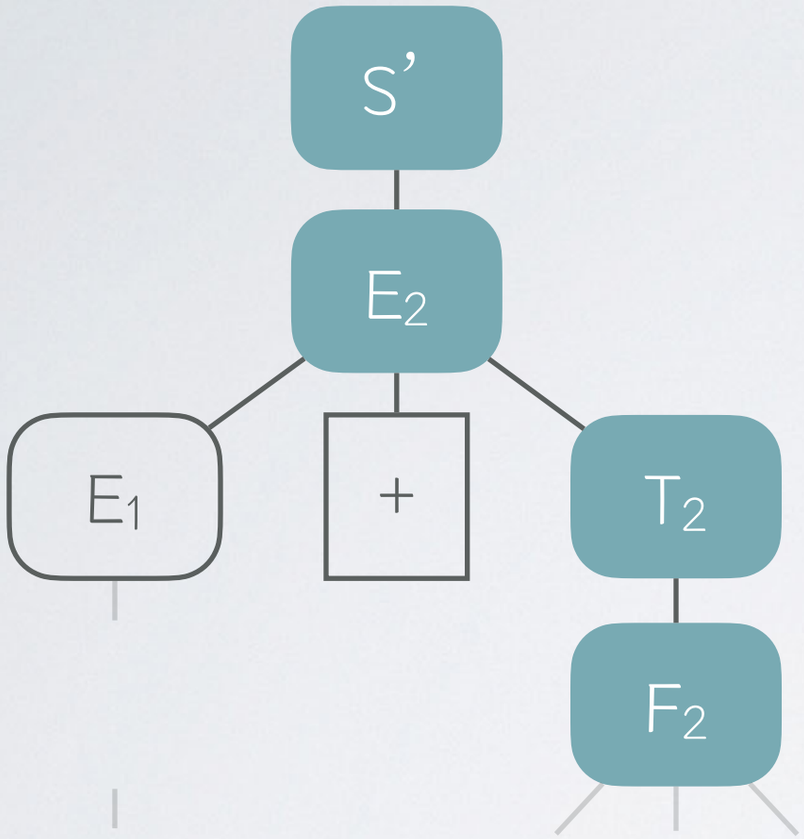
栈	输入
	S’ EOF

栈	输入
	S’ EOF
	E_2 EOF

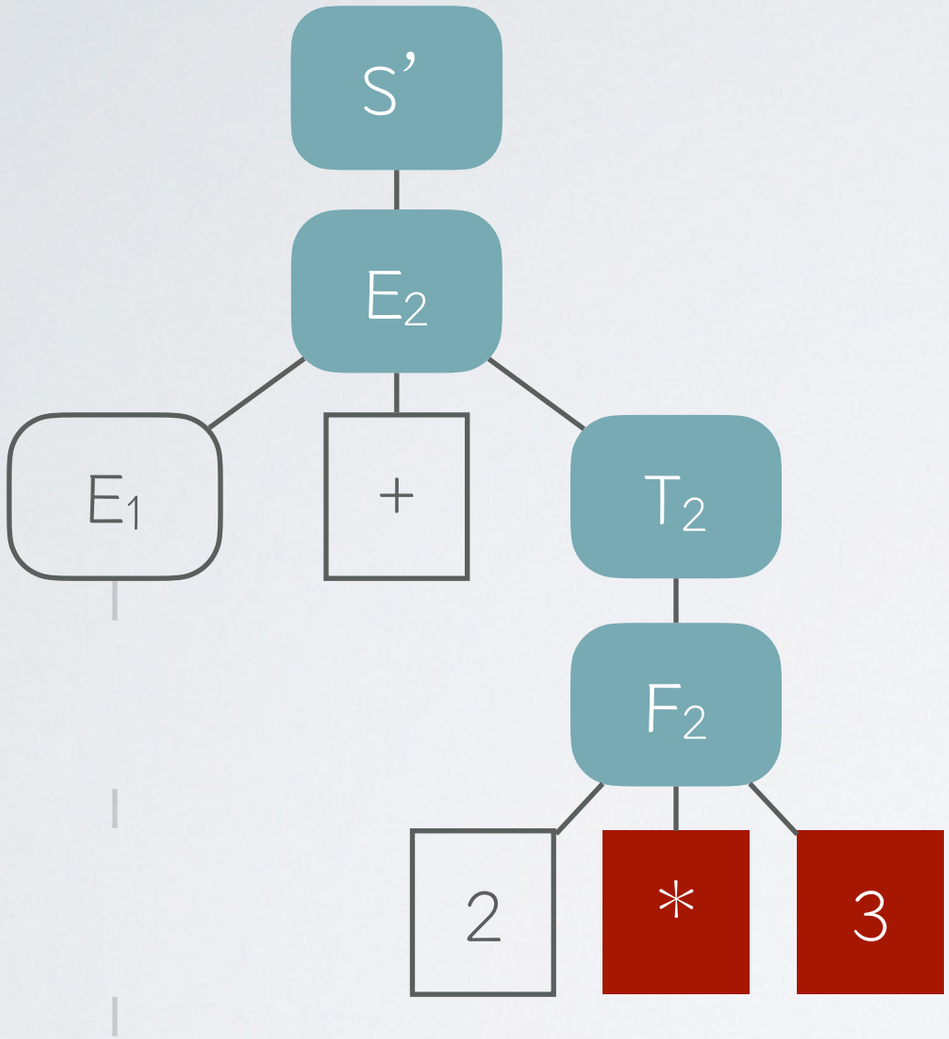




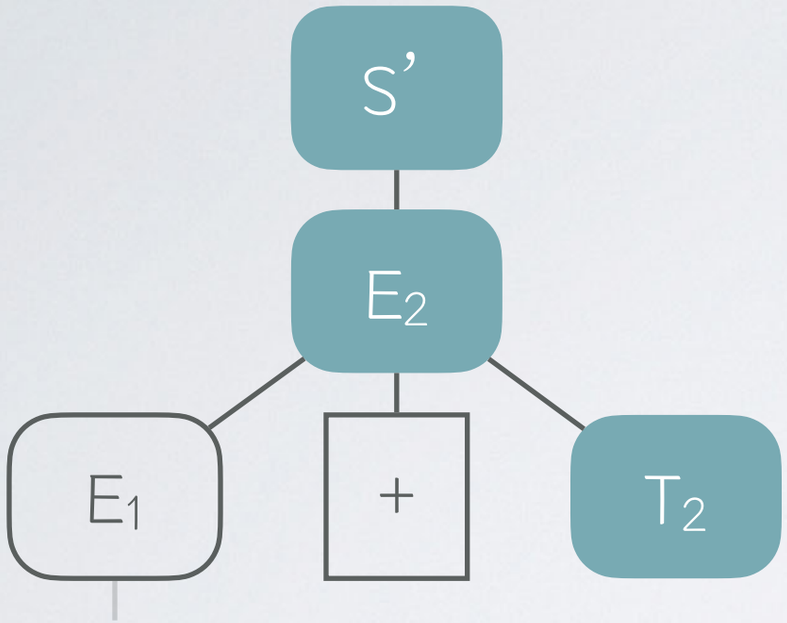
栈	输入
	S’ EOF
	E_2 EOF
	E_1 + T_2 EOF
E_1	+ T_2 EOF
E_1 +	T_2 EOF

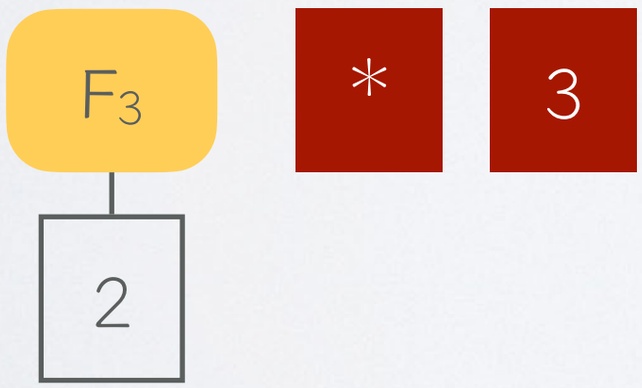


栈	输入
	S’ EOF
	E_2 EOF
	E_1 + T_2 EOF
E_1	+ T_2 EOF
E_1 +	T_2 EOF
E_1 +	F_2 EOF

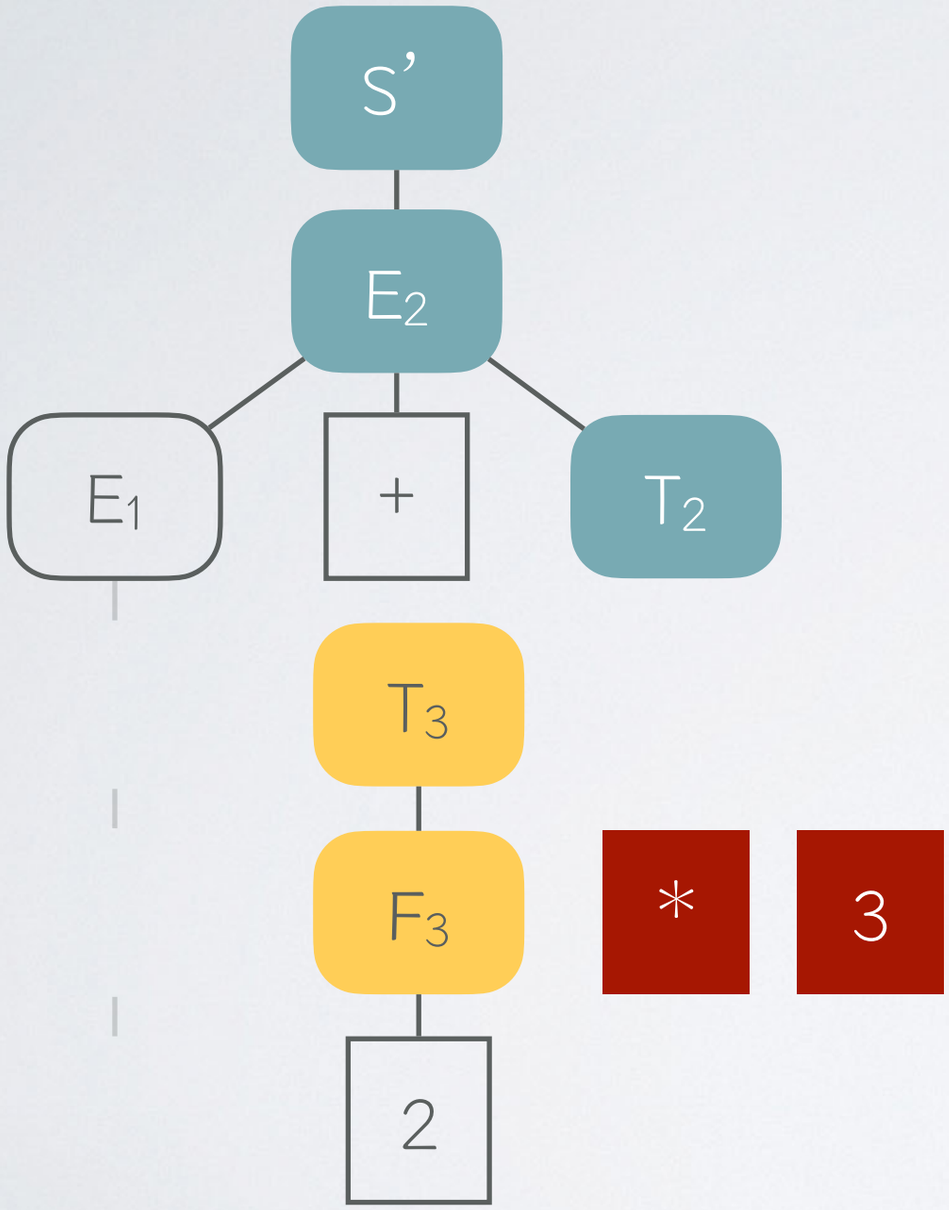


栈	输入
	S’ EOF
	E_2 EOF
	E_1 + T_2 EOF
E_1	+ T_2 EOF
E_1 +	T_2 EOF
E_1 +	F_2 EOF
E_1 +	2 * 3 EOF
E_1 + 2	* 3 EOF

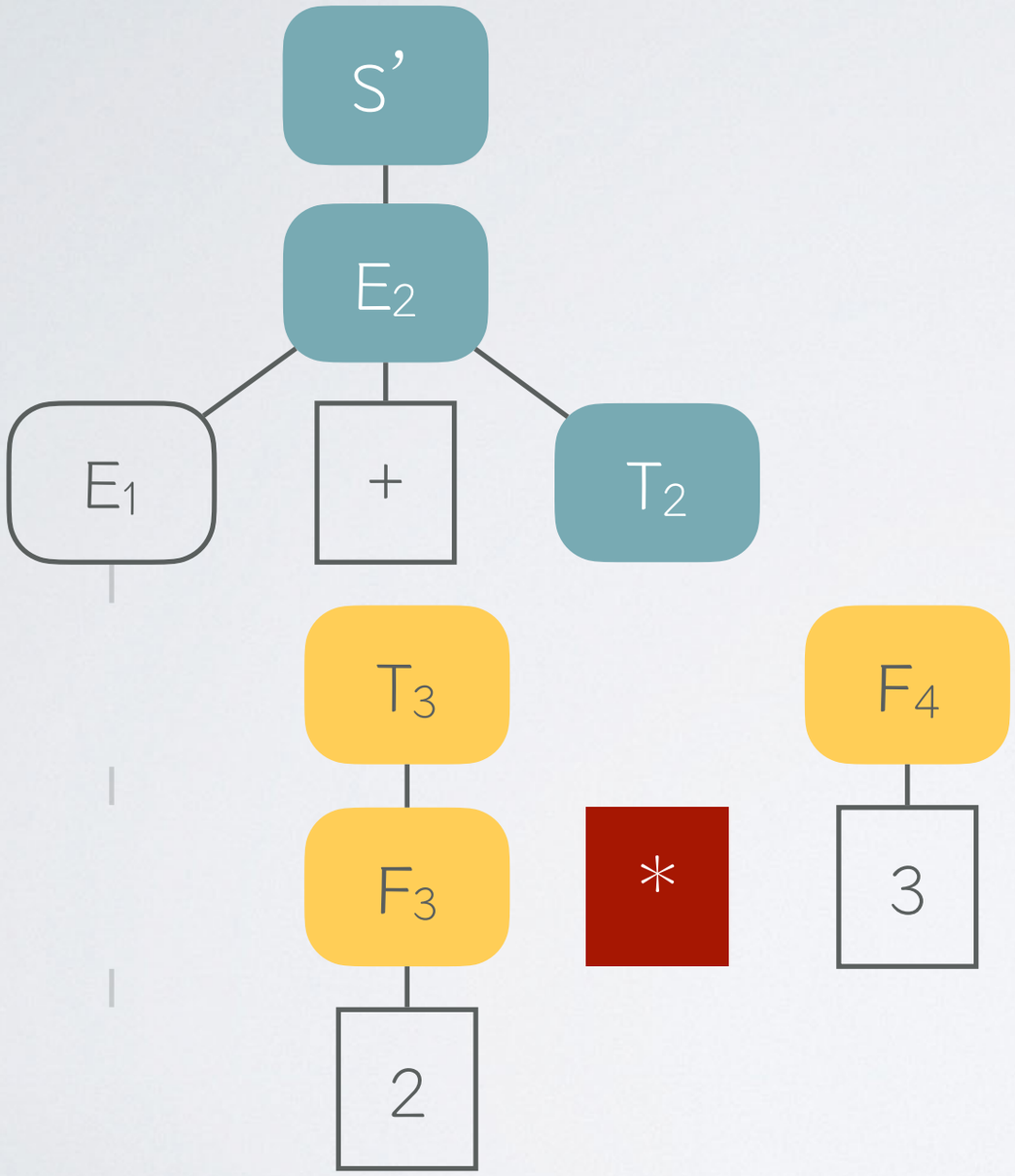




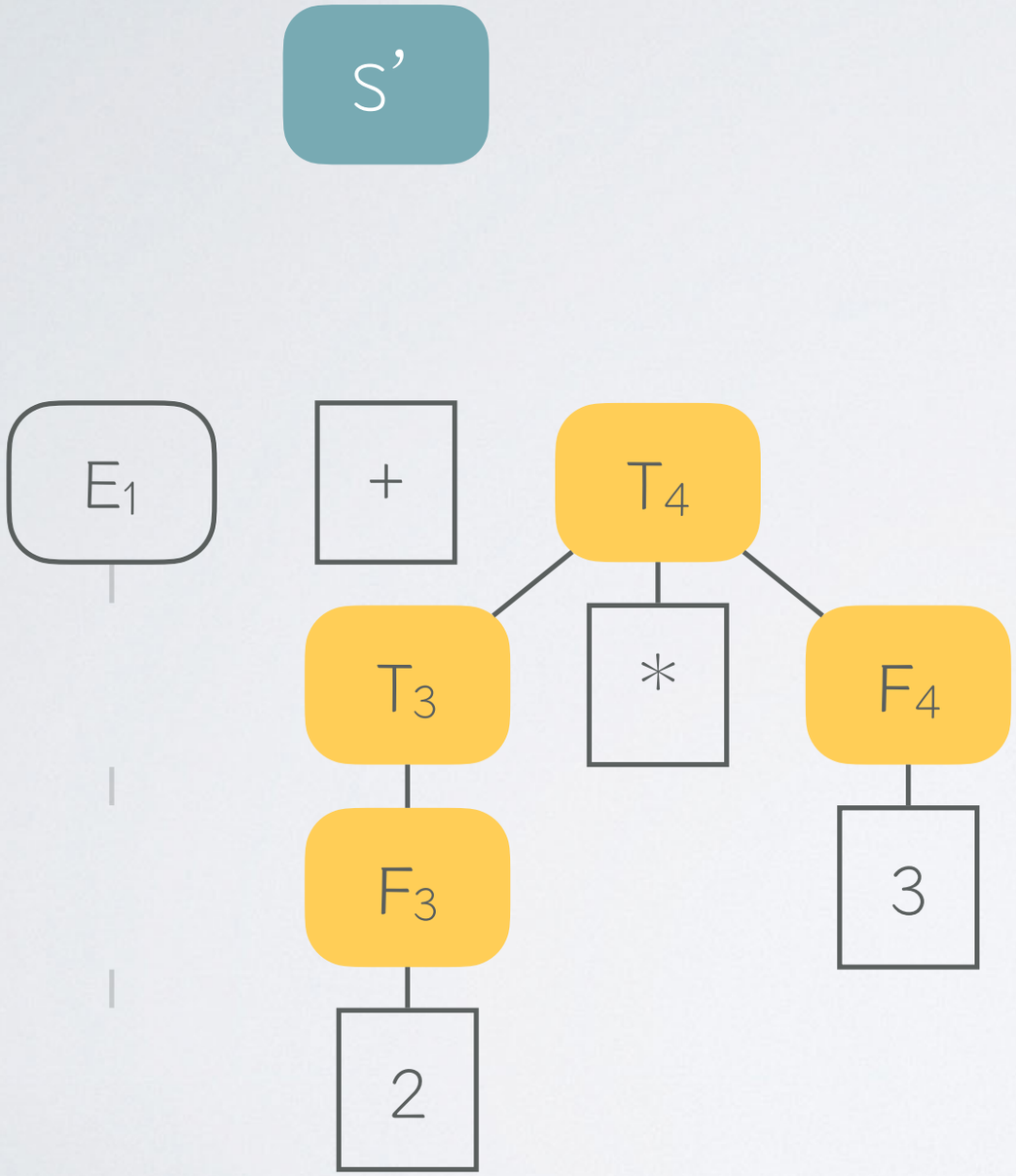
栈	输入
	S’ EOF
	E_2 EOF
	E_1 + T_2 EOF
E_1	+ T_2 EOF
E_1 +	T_2 EOF
E_1 +	F_2 EOF
E_1 +	2 * 3 EOF
E_1 + 2	* 3 EOF
E_1 + F_3	* 3 EOF



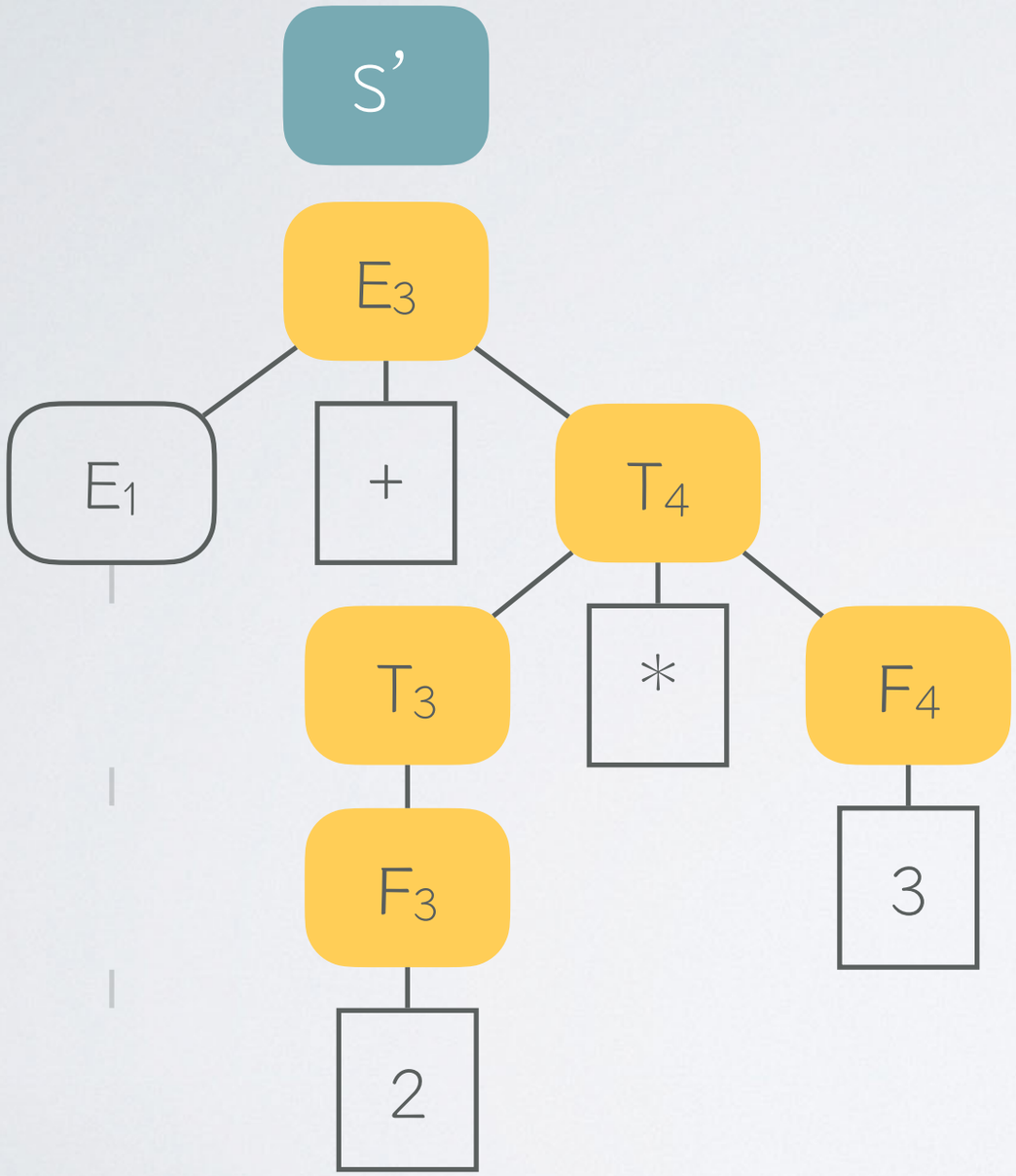
栈	输入
	S’ EOF
	E_2 EOF
	E_1 + T_2 EOF
E_1	+ T_2 EOF
E_1 +	T_2 EOF
E_1 +	F_2 EOF
E_1 +	2 * 3 EOF
E_1 + 2	* 3 EOF
E_1 + F_3	* 3 EOF
E_1 + T_3	* 3 EOF
E_1 + T_3 *	3 EOF
E_1 + T_3 * 3	EOF



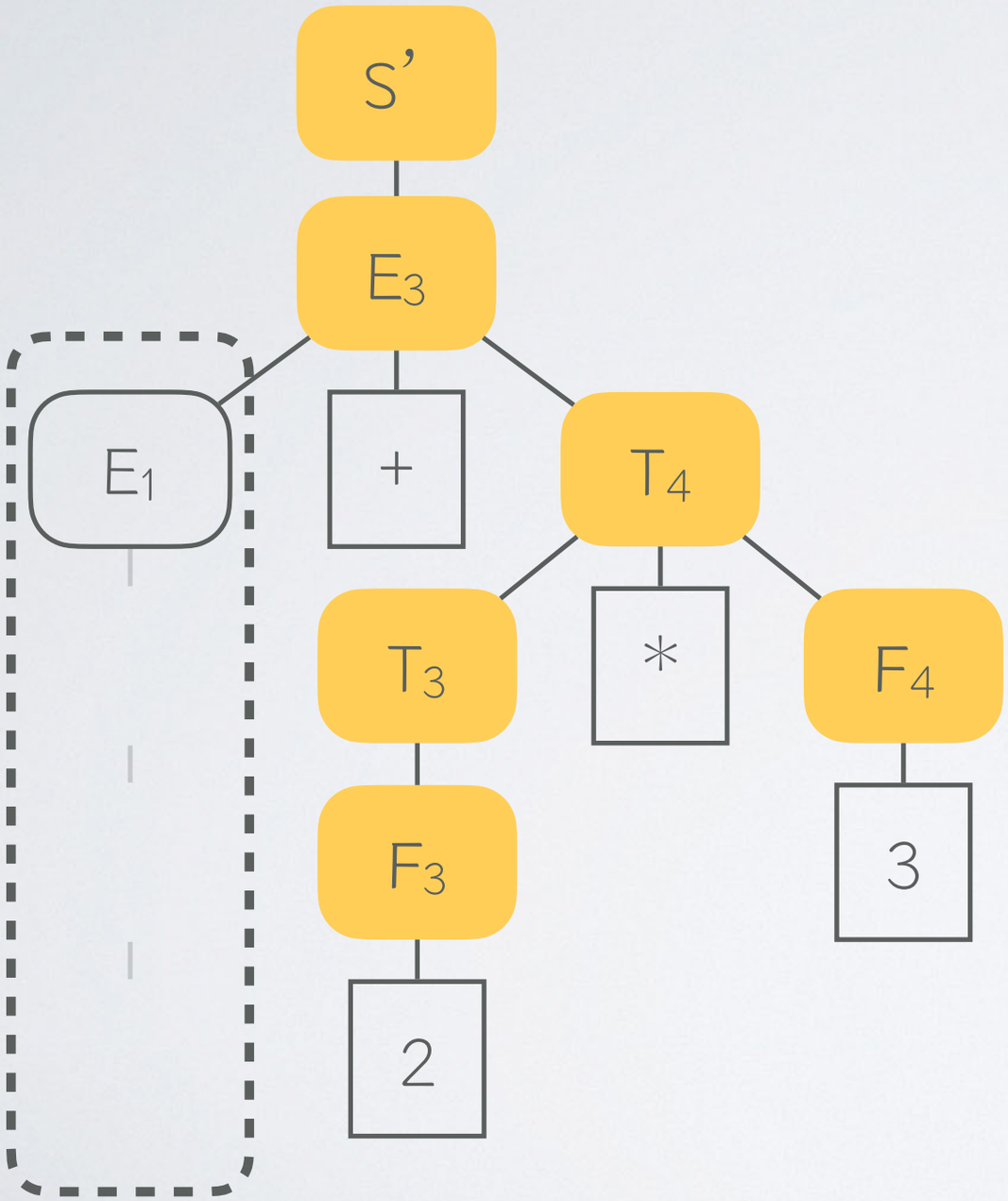
栈	输入
	S’ EOF
	E_2 EOF
	E_1 + T_2 EOF
E_1	+ T_2 EOF
E_1 +	T_2 EOF
E_1 +	F_2 EOF
E_1 +	2 * 3 EOF
E_1 + 2	* 3 EOF
E_1 + F_3	* 3 EOF
E_1 + T_3	* 3 EOF
E_1 + T_3 *	3 EOF
E_1 + T_3 * 3	EOF
E_1 + T_3 * F_4	EOF



栈	输入
	S' EOF
	E_2 EOF
	$E_1 + T_2$ EOF
E_1	$+ T_2$ EOF
$E_1 +$	T_2 EOF
$E_1 +$	F_2 EOF
$E_1 +$	$2 * 3$ EOF
$E_1 + 2$	$* 3$ EOF
$E_1 + F_3$	$* 3$ EOF
$E_1 + T_3$	$* 3$ EOF
$E_1 + T_3 *$	3 EOF
$E_1 + T_3 * 3$	EOF
$E_1 + T_3 * F_4$	EOF
$E_1 + T_4$	EOF



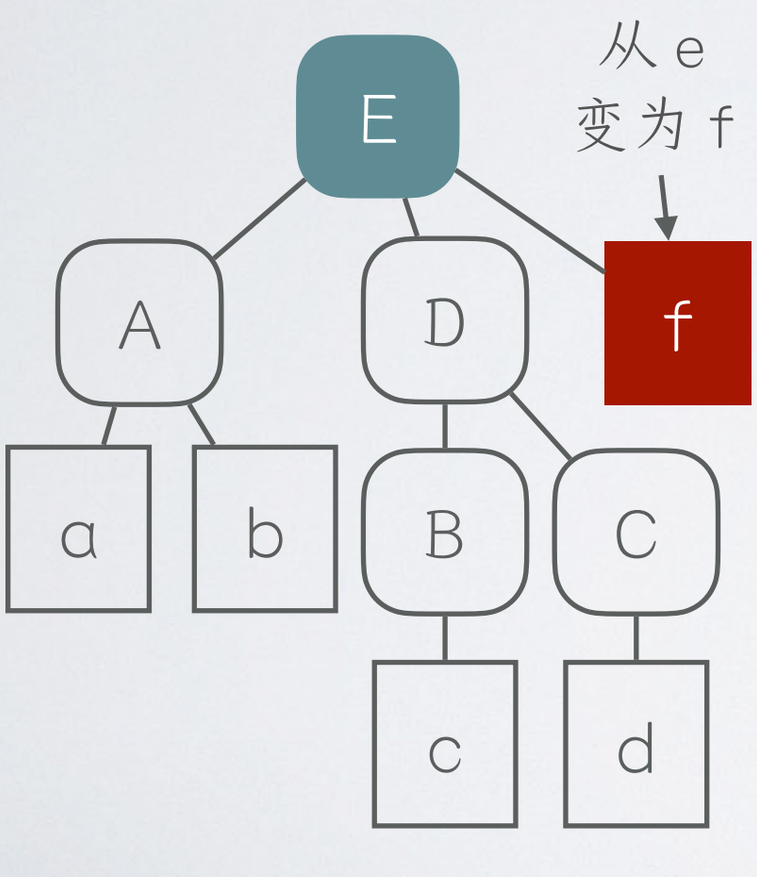
栈	输入
	S’ EOF
	E_2 EOF
	E_1 + T_2 EOF
E_1	+ T_2 EOF
E_1 +	T_2 EOF
E_1 +	F_2 EOF
E_1 +	2 * 3 EOF
E_1 + 2	* 3 EOF
E_1 + F_3	* 3 EOF
E_1 + T_3	* 3 EOF
E_1 + T_3 *	3 EOF
E_1 + T_3 * 3	EOF
E_1 + T_3 * F_4	EOF
E_1 + T_4	EOF
E_3	EOF

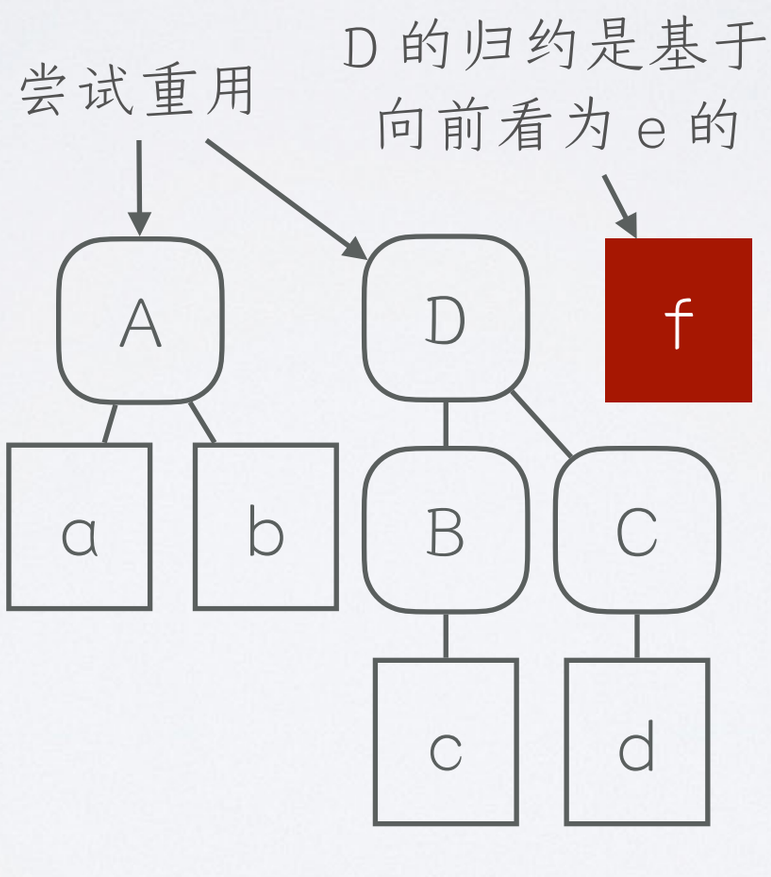


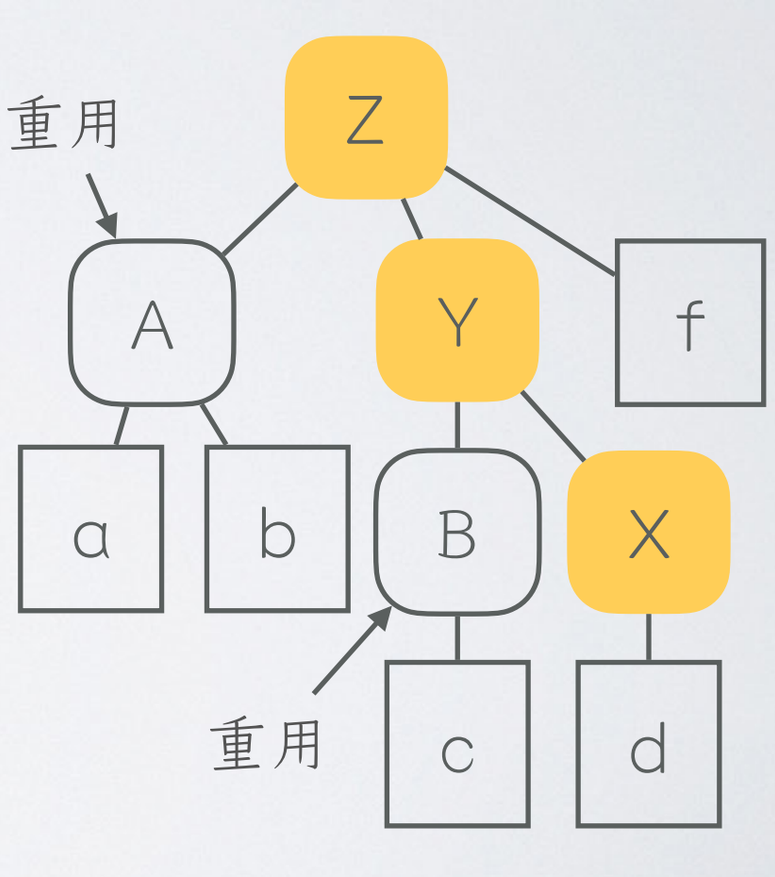
栈	输入
	S’ EOF
	E_2 EOF
	E_1 + T_2 EOF
E_1	+ T_2 EOF
E_1 +	T_2 EOF
E_1 +	F_2 EOF
E_1 +	2 * 3 EOF
E_1 + 2	* 3 EOF
E_1 + F_3	* 3 EOF
E_1 + T_3	* 3 EOF
E_1 + T_3 *	3 EOF
E_1 + T_3 * 3	EOF
E_1 + T_3 * F_4	EOF
E_1 + T_4	EOF
E_3	EOF
S’	EOF

LR(1) 文法的增量式分析

- 保留语法分析树，下次分析时尽量重用[WG98]
- 是否能够重用：**非终结符号对应的输入没有修改**
  - 可能的问题：**过于乐观**，向前看符号会影响归约







[WG98] Tim A. Wagner and Susan L. Graham. Efficient and Flexible Incremental Parsing. Trans. on Prog. Lang. and Syst., 20(5): 980–1013, 1998.

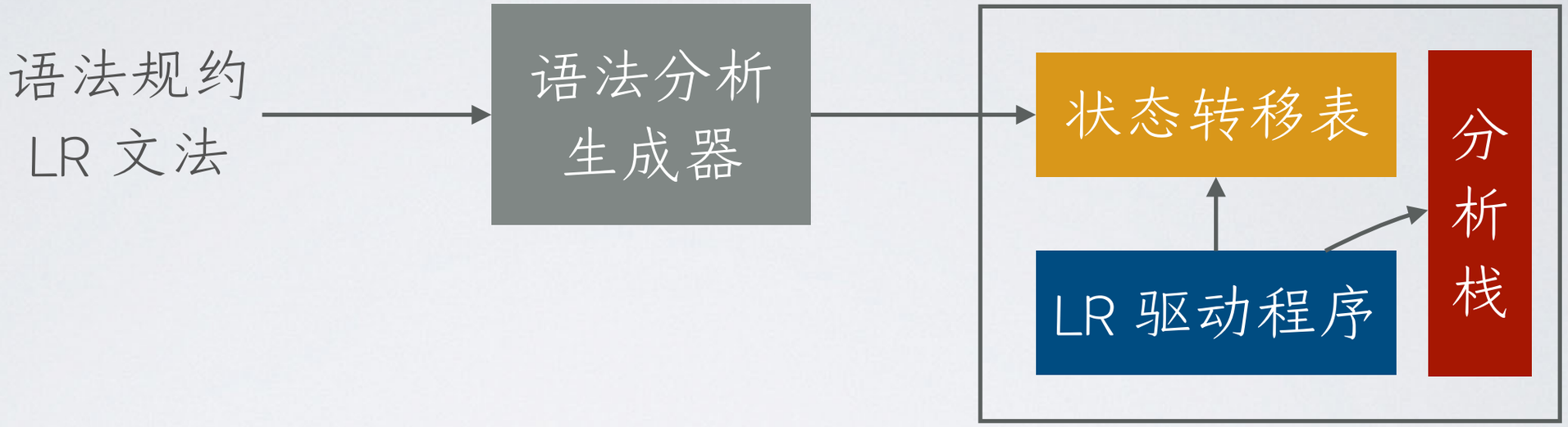
主要内容

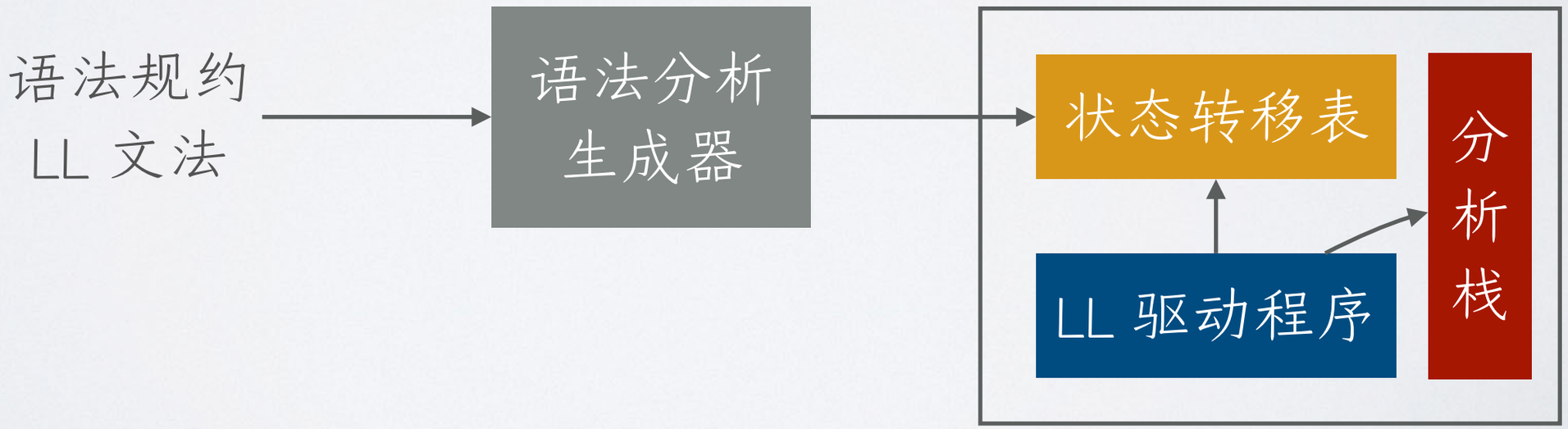
- 自底向上的语法分析
- **语法分析的自动生成**
- 自顶向下的语法分析(进阶版)

从规约到实现的转换

- **语法分析的规约：**编程语言的文法
  - 通常为 CFG 文法，比如 LL 或 LR 文法
- **语法分析的实现：**
  - 自顶向下：递归下降分析，适用于 LL 文法
  - 自底向上：移进-归约分析，适用于 LR 文法
- **语法分析的自动生成：**自动化 LL/LR 文法到实现的转换

表驱动的语法分析


语法规约
LR 文法
语法分析
生成器
状态转移表
分析栈
LR 驱动程序

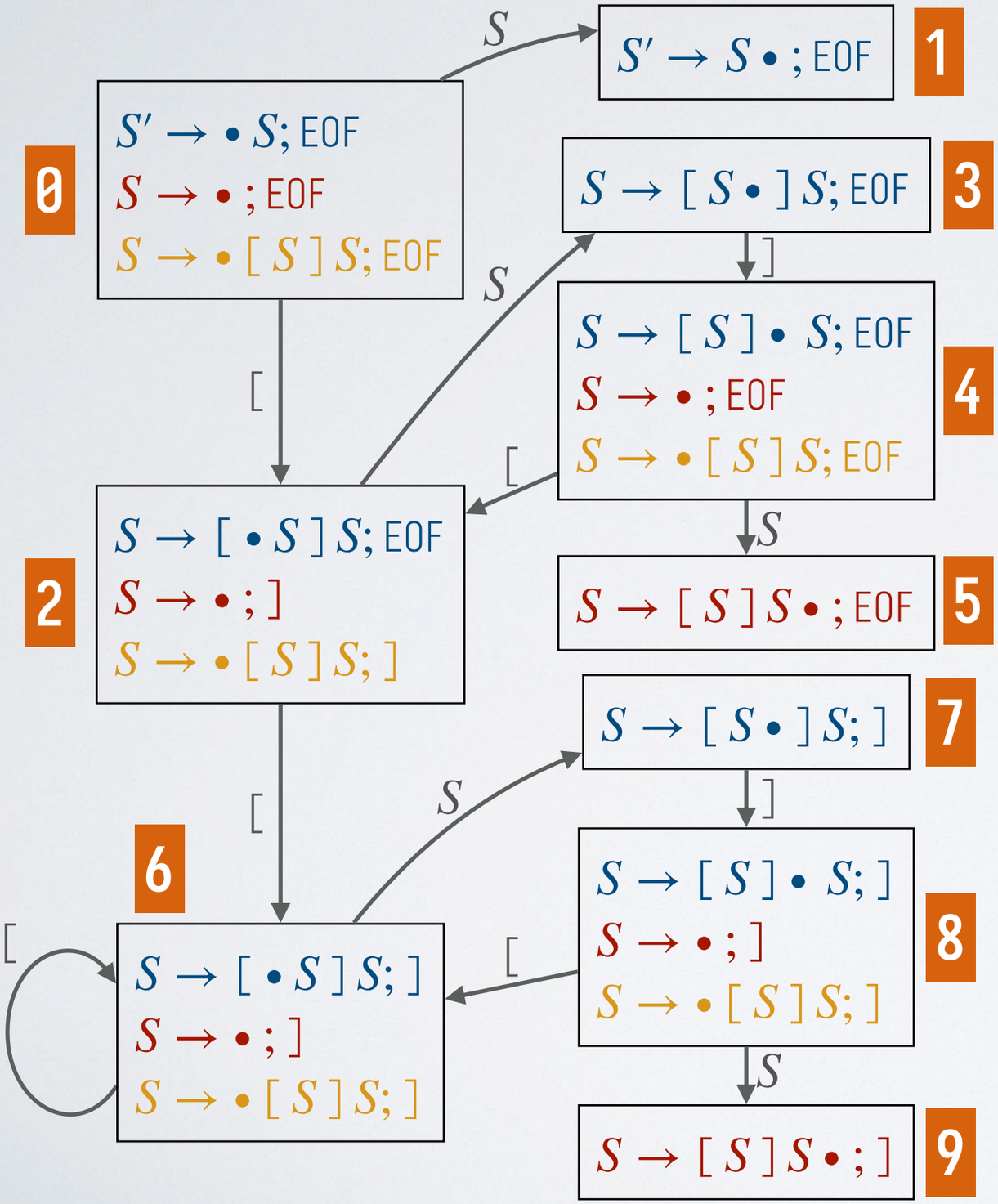

语法规约
LL 文法
语法分析
生成器
状态转移表
分析栈
LL 驱动程序

LR(1) 文法：移进-归约分析

	$S' \to S\,\text{EOF}$
[1]	$S \to \epsilon$
[2]	$S \to [\,S\,]\,S$

分析栈 \ 向前看	[	]	EOF
ϵ	移进	错误	归约 [1]
S	错误	错误	接受
β [	移进	归约 [1]	错误
β [S	错误	移进	错误
β [S]	移进	归约 [1]	归约 [1]
β [S] S	错误	归约 [2]	归约 [2]

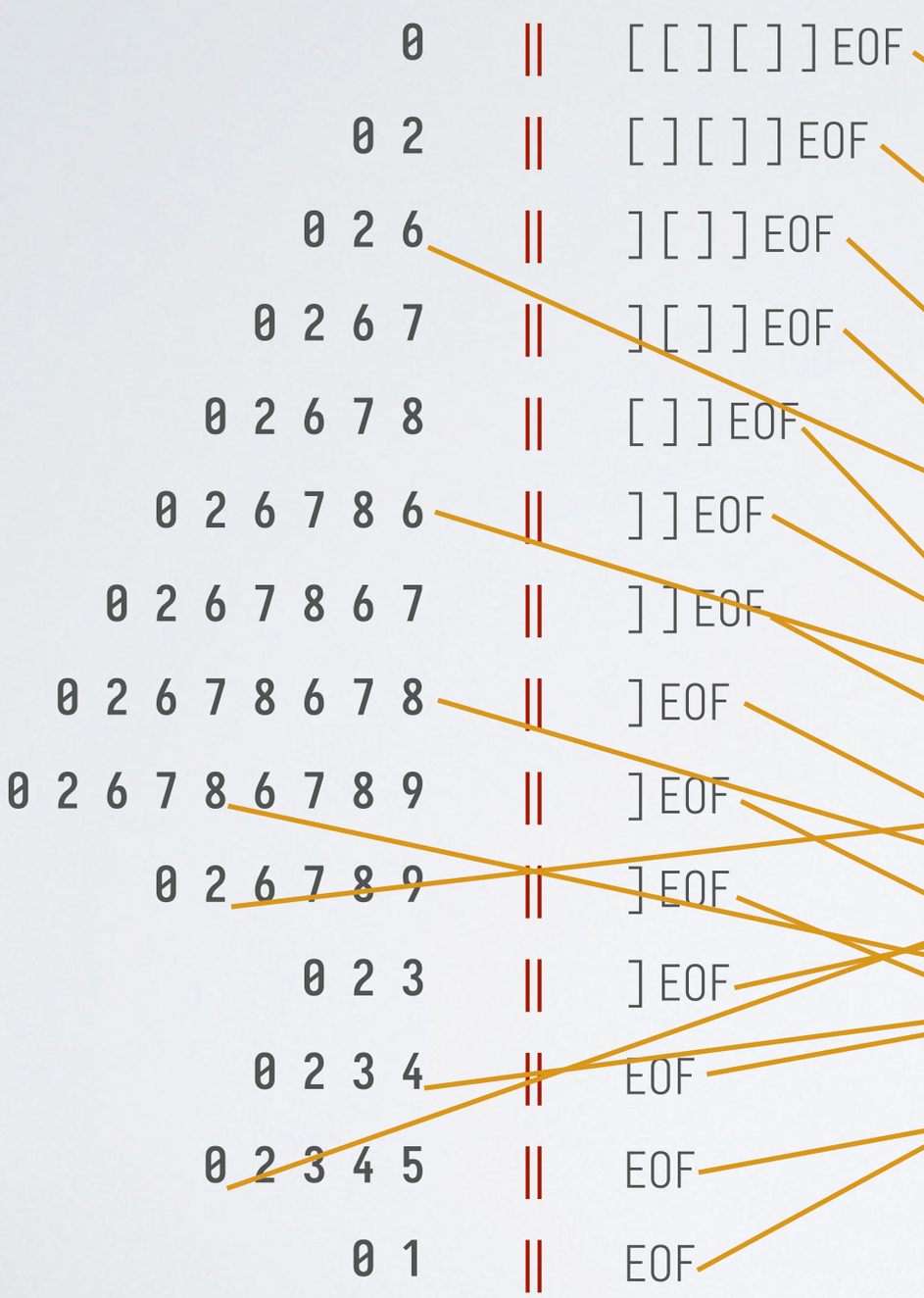
LR(1) 文法：移进-归约分析



	$S' \to S$ EOF
[1]	$S \to \epsilon$
[2]	$S \to [\ S\ ]\ S$

状态 \ 向前看	ACTION [	ACTION]	ACTION EOF	GOTO S
0	移进 2		归约 [1]	1
1			接受	
2	移进 6	归约 [1]		3
3		移进 4		
4	移进 2		归约 [1]	5
5			归约 [2]	
6	移进 6	归约 [1]		7
7		移进 8		
8	移进 6	归约 [1]		9
9		归约 [2]		

LR(1) 文法：移进-归约分析



$$
\begin{array}{ll}
 & S' \to S\,\mathrm{EOF} \\
[1] & S \to \epsilon \\
[2] & S \to [\,S\,]\,S
\end{array}
$$

ACTION GOTO

状态 \ 向前看	[	]	EOF	S
0	移进 2		归约 [1]	1
1			接受	
2	移进 6	归约 [1]		3
3		移进 4		
4	移进 2		归约 [1]	5
5			归约 [2]	
6	移进 6	归约 [1]		7
7		移进 8		
8	移进 6	归约 [1]		9
9		归约 [2]		

LR(1) 文法的驱动程序

```
token = next_token();
top = 1; stack[top] = I_0;
while (true) {
  state = stack[top];
  if (ACTION[state][token] == "归约 A → α") {
    top = top - |α|;
    state = stack[top];
    top++; stack[top] = GOTO[state][A];
  } else if (ACTION[state][token] == "移进 I_j") {
    top++; stack[top] = I_j;
    token = next_token();
  } else if (ACTION[state][token] == "接受") {
    return true;
  } else {
    return false;
  }
}
```

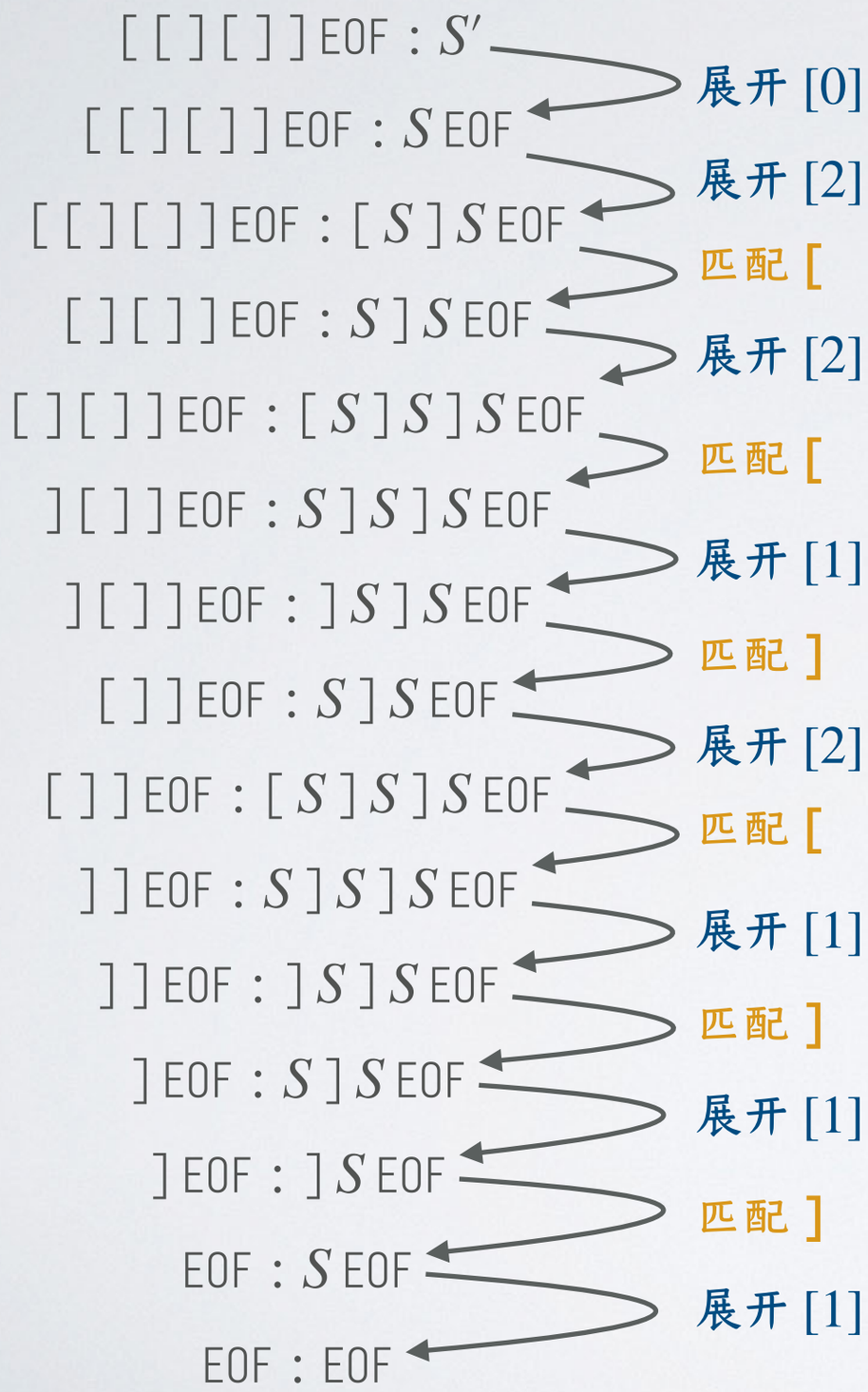
	$S' \to S\,\text{EOF}$
[1]	$S \to \epsilon$
[2]	$S \to [\,S\,]\,S$

	ACTION			GOTO
状态 \ 向前看	[	]	EOF	S
0	移进 2		归约 [1]	1
1			接受	
2	移进 6	归约 [1]		3
3		移进 4		
4	移进 2		归约 [1]	5
5			归约 [2]	
6	移进 6	归约 [1]		7
7		移进 8		
8	移进 6	归约 [1]		9
9		归约 [2]		

LR(1) 文法的分析表

- 根据识别栈模式的自动机来构造 ACTION 和 GOTO 表
- 对于自动机状态 I_i, 考察其转移的情况
  - 如果对于终结符号 c 有转移到 I_j, 那么 ACTION$[I_i, c]$ 为“移进 I_j”
  - 如果 I_i 中有可归约模式 $\langle A \to \alpha \bullet ; c \rangle$, 那么 ACTION$[I_i, c]$ 为“归约 $A \to \alpha$”
  - 如果 I_i 中有可归约模式 $\langle S' \to S \bullet ; \texttt{EOF} \rangle$, 那么 ACTION$[I_i, \texttt{EOF}]$ 为“接受”
  - 如果对于非终结符号 X 有转移到 I_j, 那么 GOTO$[I_i, X]$ 为 I_j
- 如果文法是 LR(1) 的, 上述构造过程不会引入冲突

LL(1) 文法：递归下降分析



[0]	$S' \to S\,\mathrm{EOF}$
[1]	$S \to \epsilon$
[2]	$S \to [\,S\,]\,S$

使用一个栈来记录待匹配的终结符号和非终结符号

分析栈 \ 向前看	[	]	EOF
$\beta\,S'$	展开 [0]	错误	展开 [0]
$\beta\,S$	展开 [2]	展开 [1]	展开 [1]
$\beta\,[$	匹配	错误	错误
$\beta\,]$	错误	匹配	错误
EOF	错误	错误	接受
ϵ	错误	错误	错误

LL(1) 文法：递归下降分析

S'	‖	[ ] [ ] EOF
EOF S	‖	[ ] [ ] EOF
EOF S] S [	‖	[ ] [ ] EOF
EOF S] S	‖	[ ] [ ] EOF
EOF S] S] S [	‖	[ ] [ ] EOF
EOF S] S] S	‖	] [ ] EOF
EOF S] S]	‖	] [ ] EOF
EOF S] S	‖	[ ]] EOF
EOF S] S] [	‖	[ ]] EOF
EOF S] S] S	‖	]] EOF
EOF S] S]	‖	]] EOF
EOF S] S	‖	] EOF
EOF S]	‖	] EOF
EOF S	‖	EOF
EOF	‖	EOF

[0]	$S' \to S$ EOF
[1]	$S \to \epsilon$
[2]	$S \to [\ S\ ]\ S$

使用一个栈来记录待匹配的终结符号和非终结符号

分析栈 \ 向前看	[	]	EOF
$\beta S'$	展开 [0]	错误	展开 [0]
βS	展开 [2]	展开 [1]	展开 [1]
β [	匹配	错误	错误
β]	错误	匹配	错误
EOF	错误	错误	接受
ϵ	错误	错误	错误

LL(1) 文法的分析驱动程序

```
token = next_token();
top = 1; stack[top] = S′;
while (true) {
  if (top == 1 &&
      stack[top] == EOF &&
      token == EOF) {
    return true;
  } else if (top > 0 && stack[top] == token) {
    top--; token = next_token();
  } else if (top > 0 &&
      table[stack[top]][token] ==
      A → B1 B2 … Bk) {
    top--;
    for (int i = k; i >= 1; i--) {
      if (Bi != ϵ) {
        top++; stack[top] = Bi;
      }
    }
  } else {
    return false;
  }
}
```

[0]	$S' \to S\,\mathrm{EOF}$
[1]	$S \to \epsilon$
[2]	$S \to [\,S\,]\,S$

使用一个栈来记录待匹配的终结符号和非终结符号

分析栈 \ 向前看	[	]	EOF
$\beta\,S'$	展开 [0]	错误	展开 [0]
$\beta\,S$	展开 [2]	展开 [1]	展开 [1]
$\beta\,[$	匹配	错误	错误
$\beta\,]$	错误	匹配	错误
EOF	错误	错误	接受
ϵ	错误	错误	错误

LL(1) 文法的分析表

- 分析栈和向前看符号都是 EOF 时，动作为接受
- 分析栈顶是终结符号时，当向前看符号匹配时，动作为匹配
- 分析栈是非终结符号 A 时：
  - 考虑规则 $A \to \alpha$，对任意 $\text{FIRST}(\alpha)$ 中的终结符号 c，向前看符号为 c 时，动作为展开 $A \to \alpha$ 这条规则
  - 如果 $\epsilon \in \text{FIRST}(\alpha)$，对任意 $\text{FOLLOW}(A)$ 中的终结符号 c，向前看符号为 c 时，动作为展开 $A \to \alpha$ 这条规则

[0]	$S' \to S\,\text{EOF}$
[1]	$S \to \epsilon$
[2]	$S \to [\,S\,]\,S$

$$\text{FIRST}(S') = \{[, \text{EOF}\}$$
$$\text{FIRST}(S) = \{[, \epsilon\}$$
$$\text{FOLLOW}(S) = \{\text{EOF},]\}$$

分析栈 \ 向前看	[	]	EOF
$\beta S'$	展开 [0]		展开 [0]
βS	展开 [2]	展开 [1]	展开 [1]
$\beta [$	匹配		
$\beta]$		匹配	
EOF			接受
ϵ			

主要内容

- 自底向上的语法分析
- 语法分析的自动生成
- **自顶向下的语法分析(进阶版)**

为什么还是需要自顶向下？

- GLR 和 PEG 等算法支持的文法已经足够广泛了
  - **问题：**GLR 接受有二义性的文法，但无法探测二义性
  - **问题：**PEG 通过「贪心」策略绕过二义性，但有时会违背直觉
    - 回顾：$A \leftarrow$ a / ab 的第二个选择永远不会被使用
- 自底向上分析算法难以手动实现，通常依赖自动生成
  - **问题：**语法分析过程需追踪分析栈模式，难以调试
  - **问题：**自动生成的方式难以生成高质量的错误信息

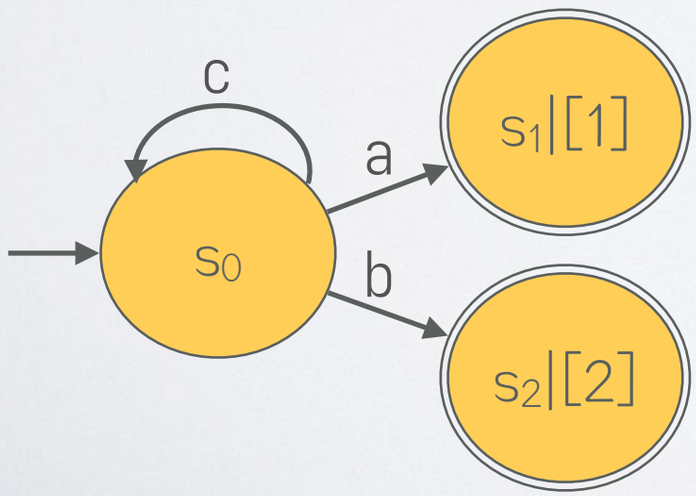
- **自顶向下分析算法的优势：**
  - 相比自底向上分析更加自然，也更容易理解
  - 容易手动实现(递归下降)，从而方便进行调试、输出错误信息

LL(*) 算法

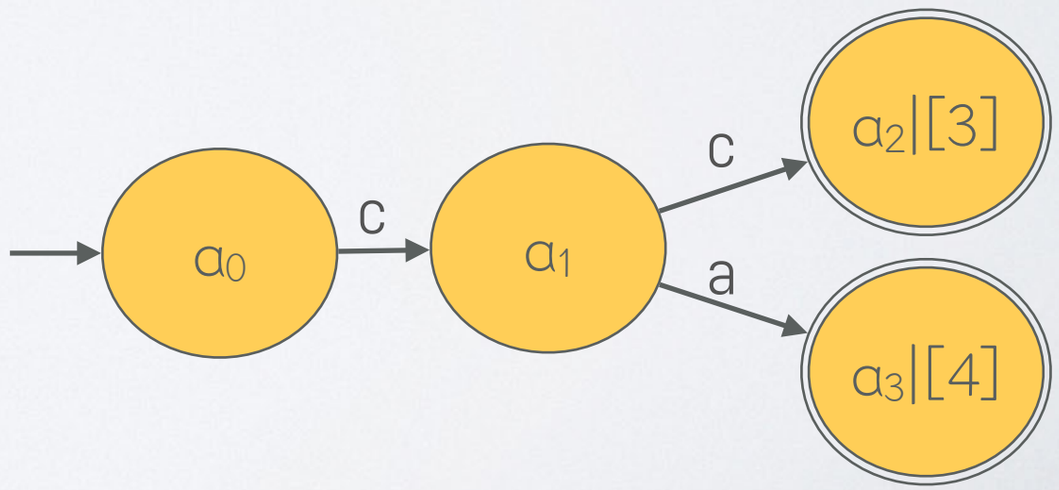
- LL(k) 算法的限制在于**固定长度**的向前看符号
- 例如：对任意的 k，右侧文法都不是 LL(k) 的
  - 该文法有左公因子
  - 需要向前看**所有**的 c 之后才能决定产生规则
- LL(*) 的思路：用一个 DFA 来识别**向前看模式**

[0]	$S' \to S\,\mathrm{EOF}$
[1]	$S \to A$
[2]	$S \to B$
[3]	$A \to \mathrm{c}\,A\,\mathrm{a}$
[4]	$A \to \mathrm{c}\,\mathrm{a}$
[5]	$B \to \mathrm{c}\,B\,\mathrm{b}$
[6]	$B \to \mathrm{c}\,\mathrm{b}$

S 的向前看模式 DFA



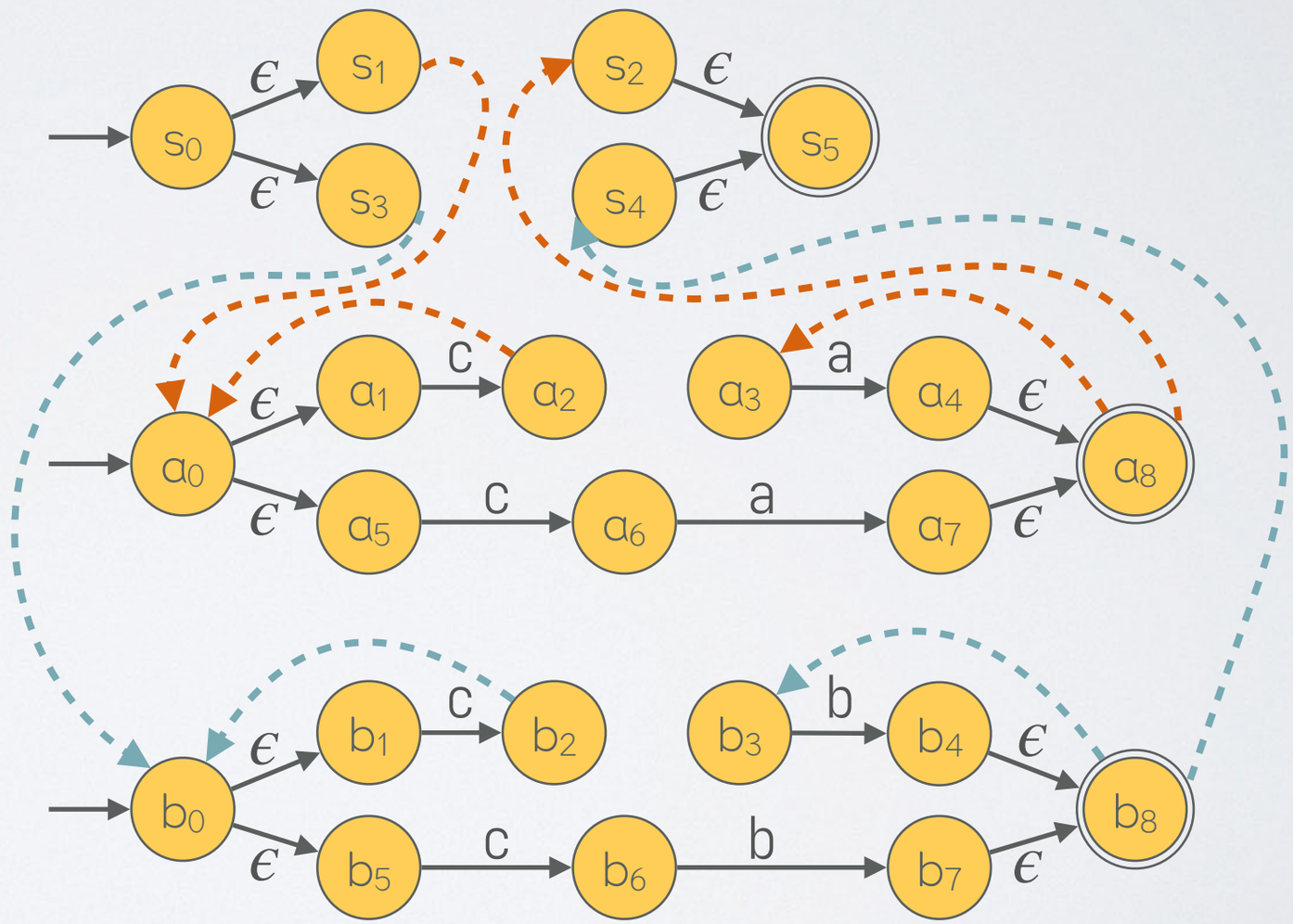
A 的向前看模式 DFA



LL(*) 算法

- **是否存在适用于 LL(*) 的正则表达式是不可判定问题**
- ANTLR: **近似构造**，构造不出来就回去用 LL(k) 或者回溯[PF11]

[0]	$S' \to S\,\mathrm{EOF}$
[1]	$S \to A$
[2]	$S \to B$
[3]	$A \to \mathrm{c}\,A\,\mathrm{a}$
[4]	$A \to \mathrm{c\ a}$
[5]	$B \to \mathrm{c}\,B\,\mathrm{b}$
[6]	$B \to \mathrm{c\ b}$

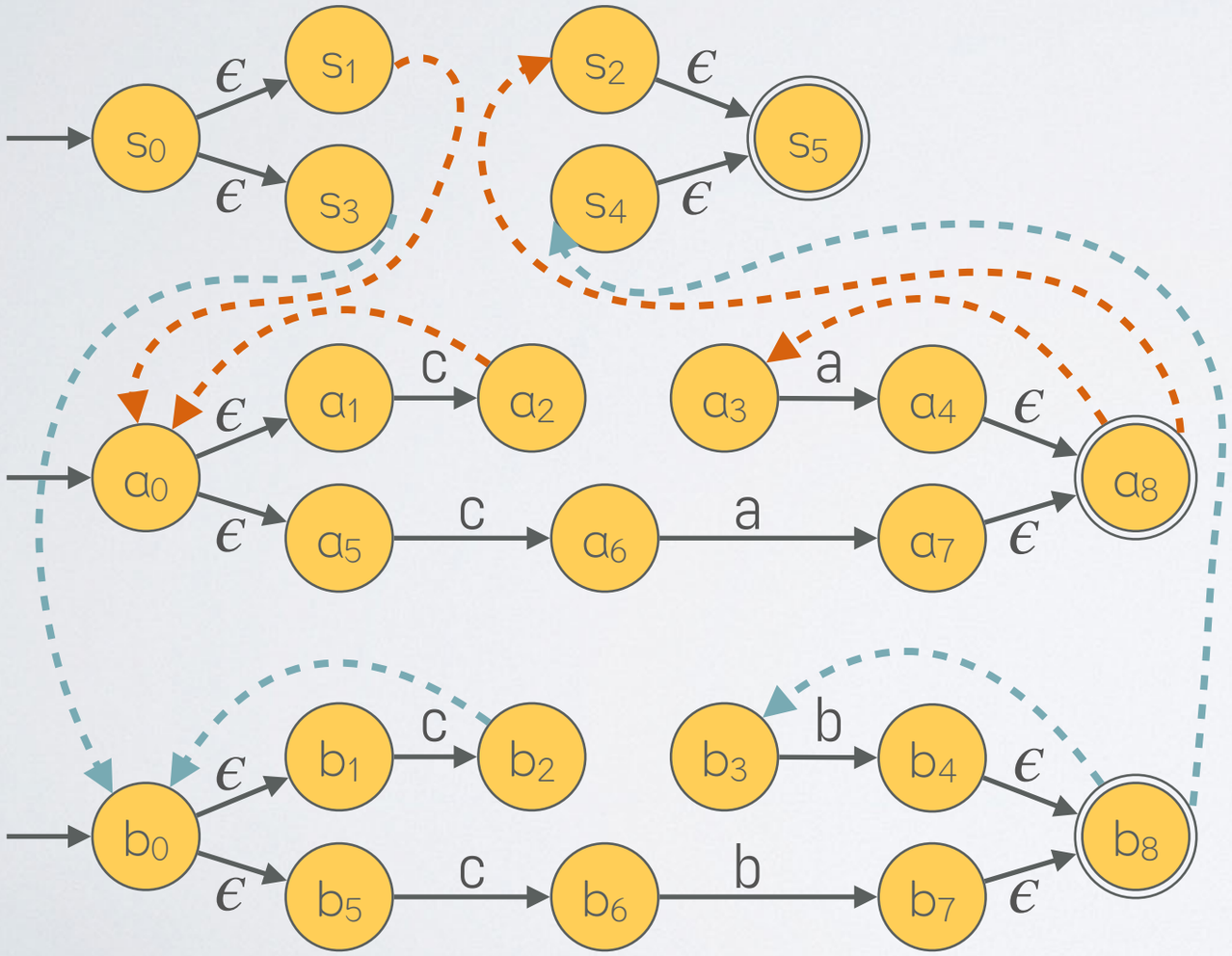


[PF11] Terence Parr and Kathleen Fisher. 2011. LL(*): the foundation of the ANTLR parser generator. In PLDI'11.

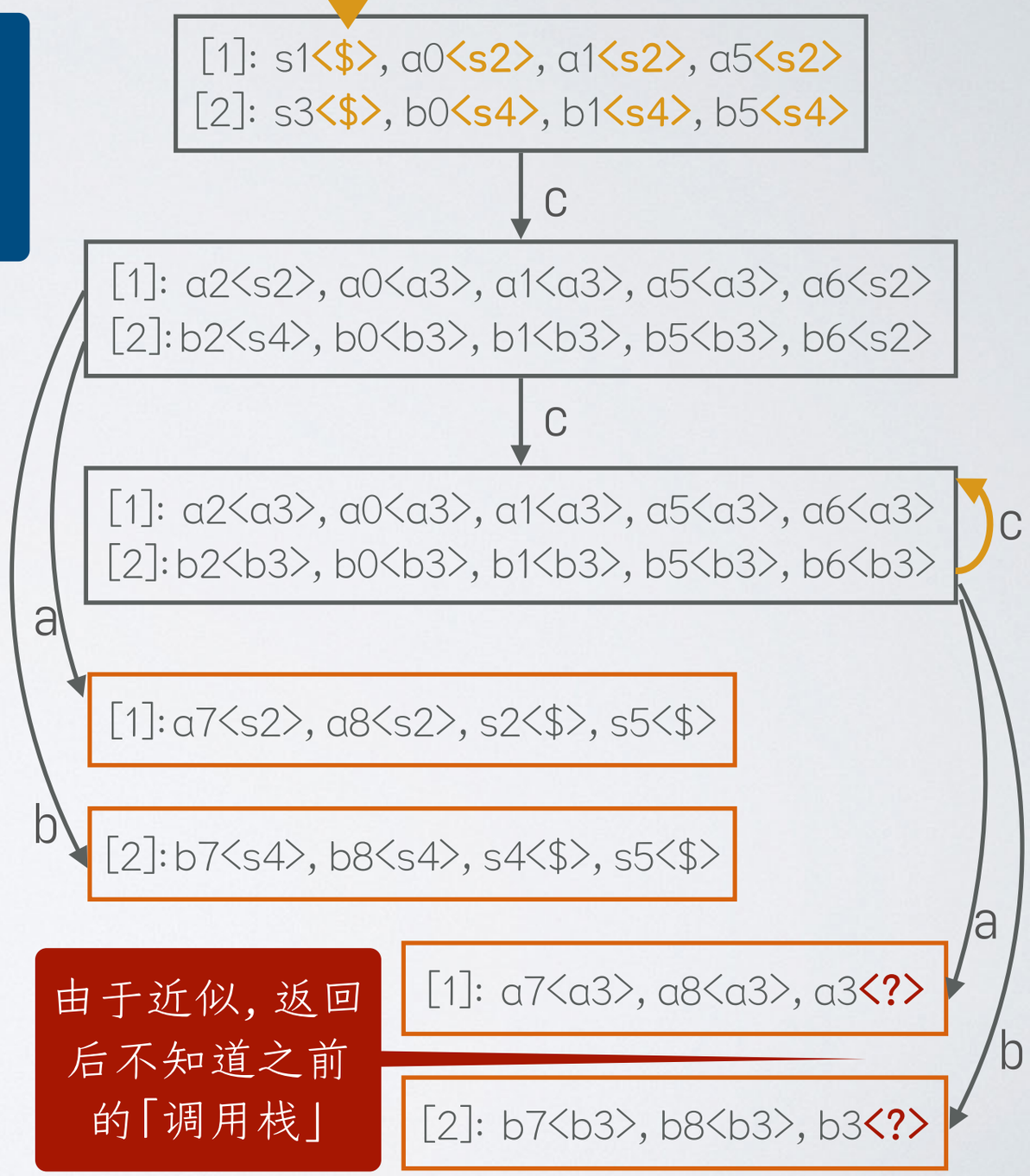
LL(*) 算法

[1]	$S \to A$
[2]	$S \to B$

子集构造法变种：
- 记录产生规则
- 追踪「调用栈」的情况



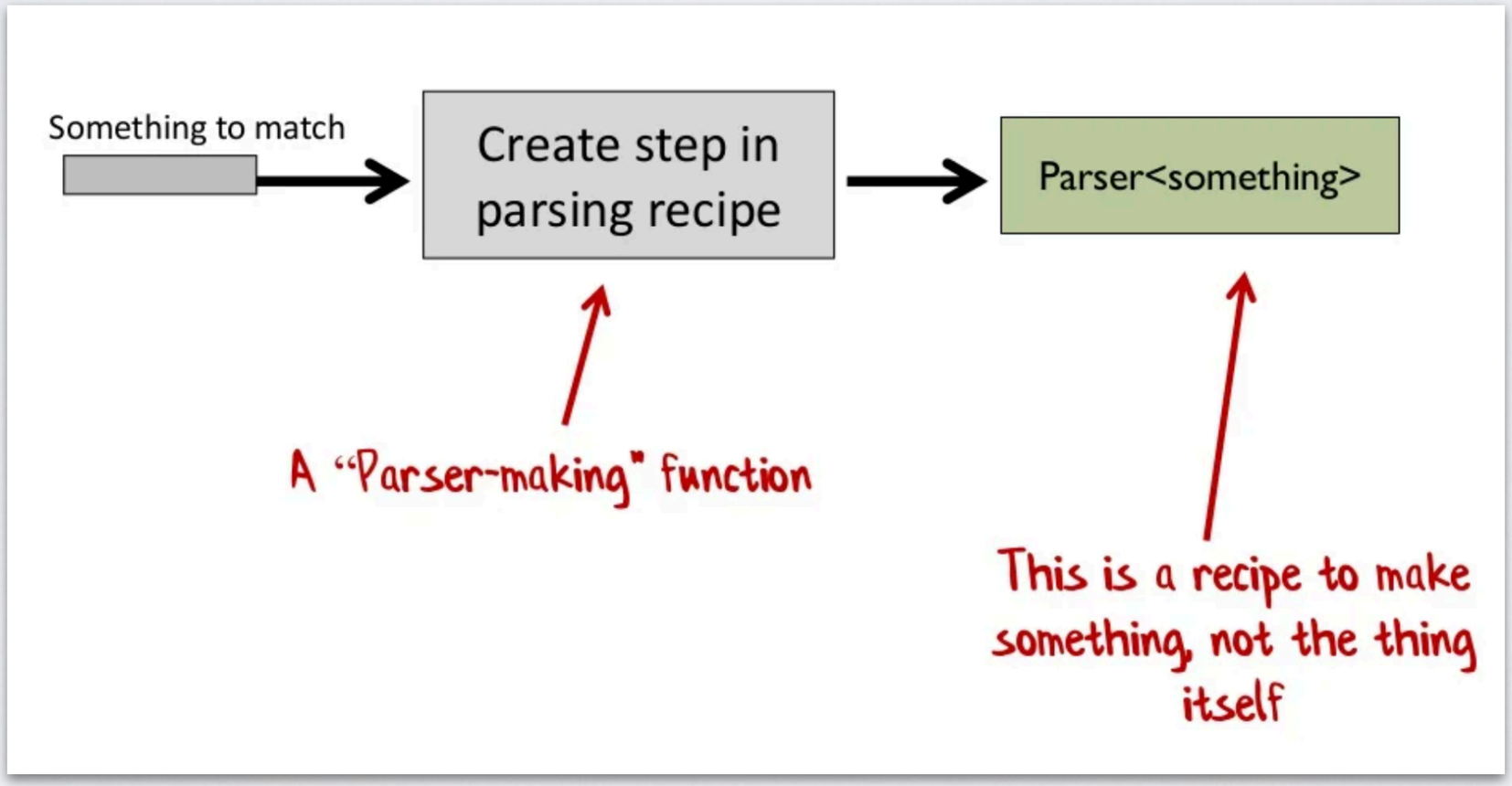
<...> 里为「调用栈」的情况
一种近似方法：至多追踪一层



由于近似，返回后不知道之前的「调用栈」

Parser Combinators

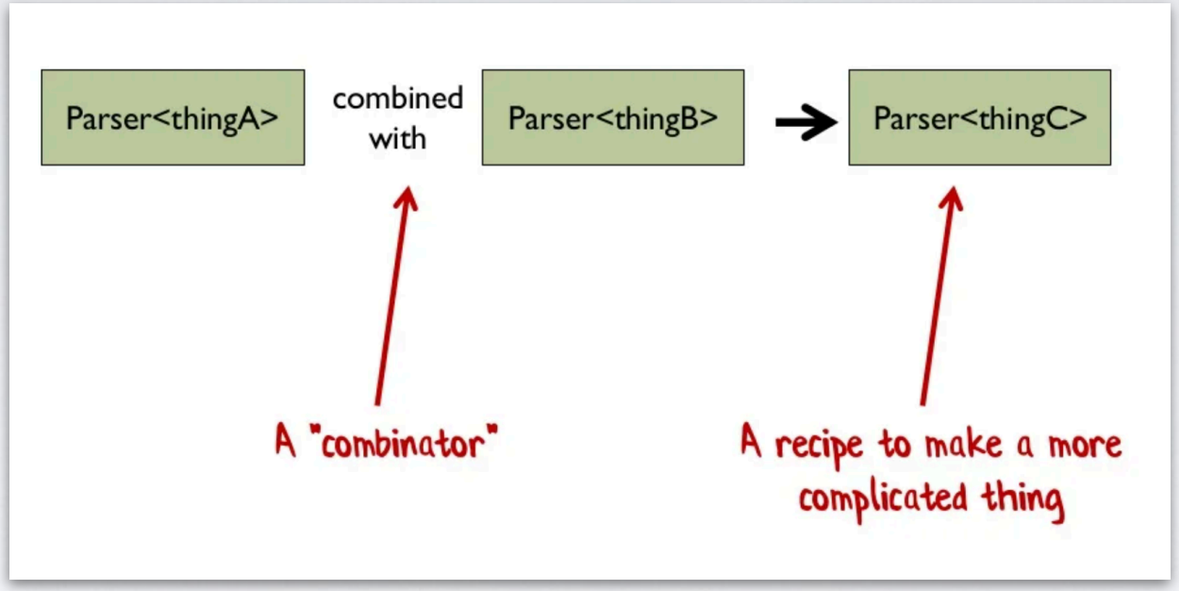
- 问题：有没有一种方式介于手动实现和自动生成之间？
- 观察：不同语言的分析器有很多类似的「构造方式」
  - 比如「零个或多个」、「用逗号隔开的多个」、「中缀运算符表达式」等



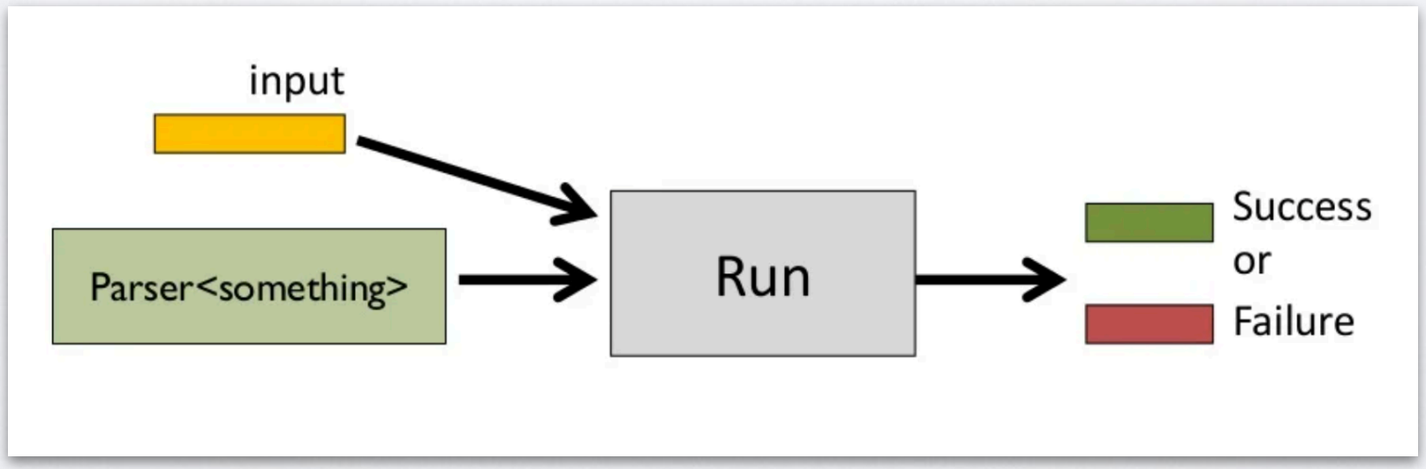
本部分课件参考了https://fsharpforfunandprofit.com/parser/。

Parser Combinators

- **组合子(combinator)**：把多个简单 parser 组合成一个复杂的

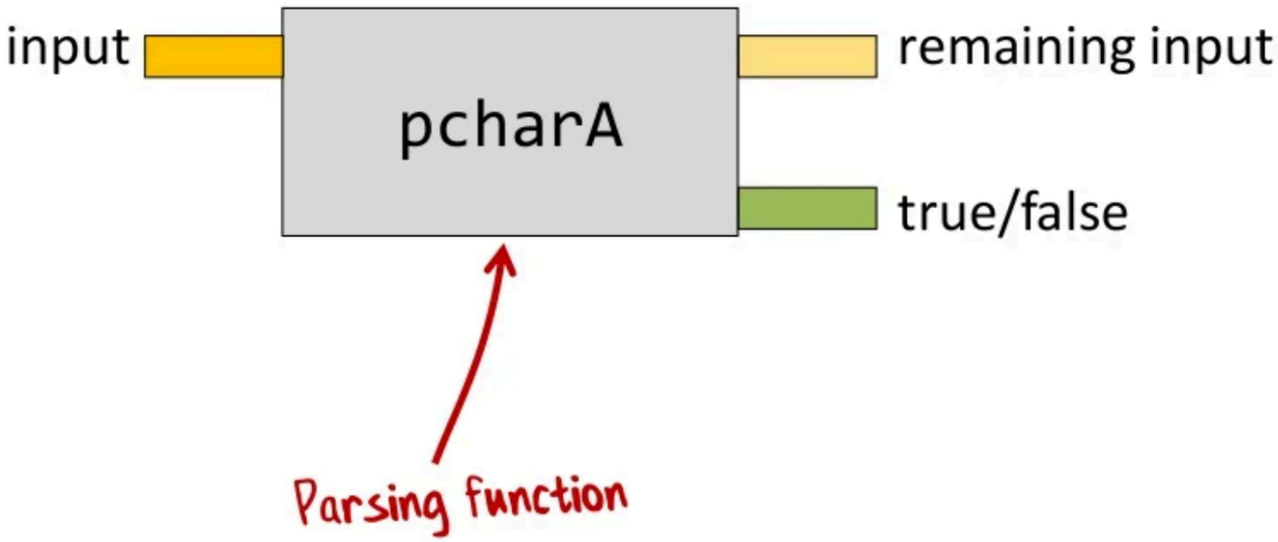


- 语法分析的过程示意图：



一个简单的 parser：第一版

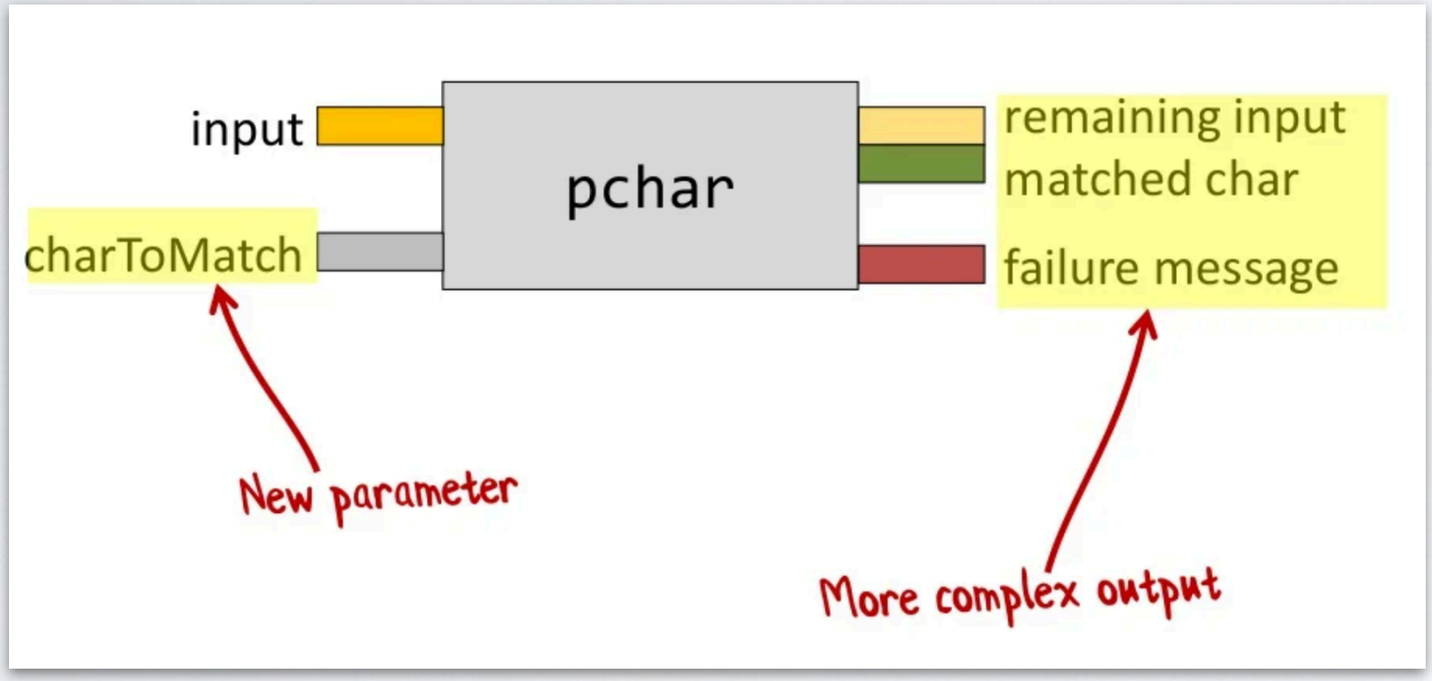
「函数式」建模：无副作用，读取一个字符串，
返回分析完成后剩余的字符串




```
pair<bool, string_view> pcharA(
  string_view input
) {
  if (!input.empty() && input[0] == 'A') {
    return {true, input.substr(1)};
  } else {
    return {false, input};
  }
}
```

一个简单的 parser：第二版

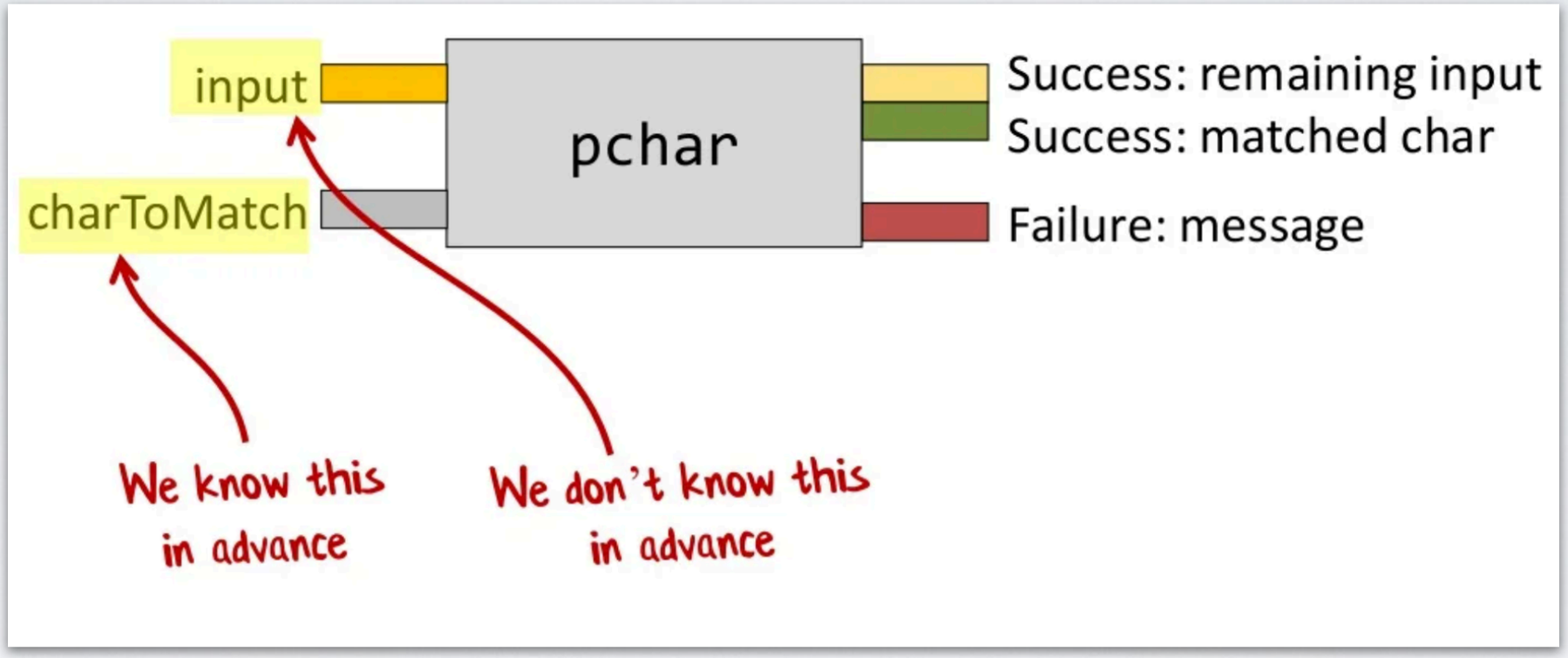
新增参数表示语法要求识别的字符
新增返回值表示识别到的字符，如果出错则抛出异常




```
pair<char, string_view> pchar(
  char char_to_match,
  string_view input
) {
  if (!input.empty() &&
      input[0] == char_to_match) {
    return {input[0], input.substr(1)};
  } else {
    throw runtime_error("...");
  }
}
```

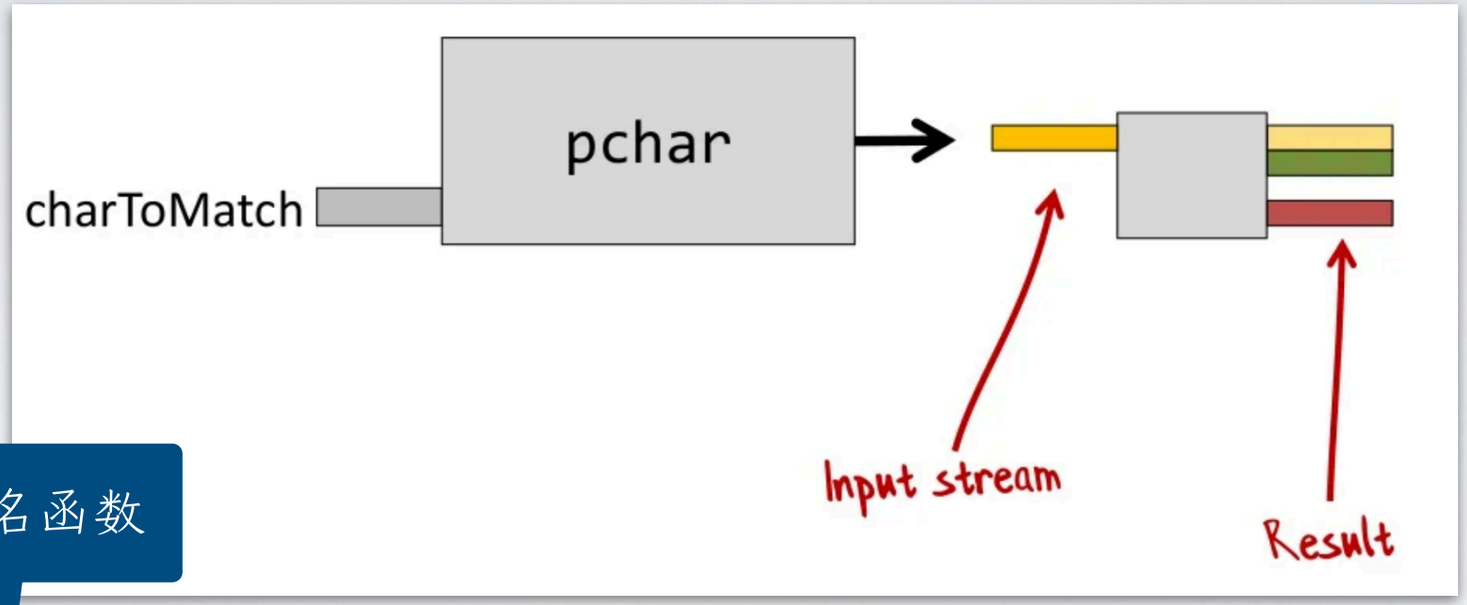
一个简单的 parser：第三版

对语法分析的计算进行「分阶段」：
在定义文法时，charToMatch 是已知的，input 是还不知道的



标准做法是在「函数式」编程中，让 pchar 函数只接受 charToMatch 一个参数，然后返回另一个函数处理 input

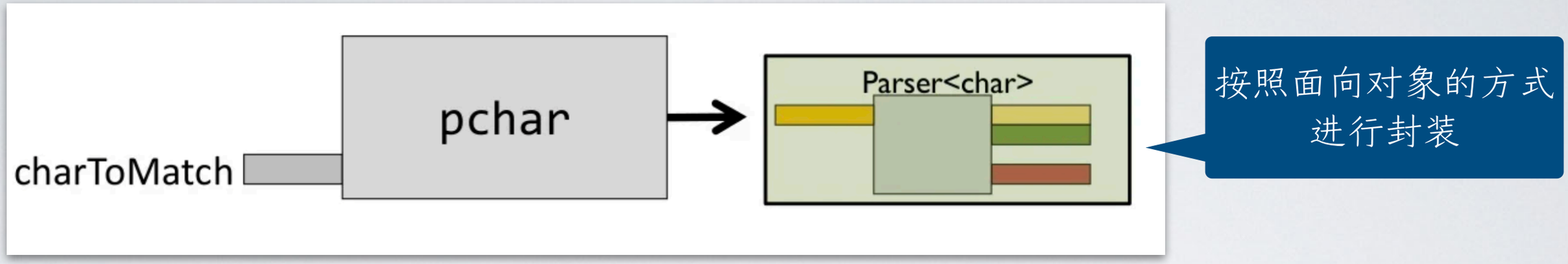
一个简单的 parser：第三版



C++ 中支持匿名函数

```
function<pair<char, string_view>(string_view)> pchar(char char_to_match) {
  return [=](string_view input) {
    if (!input.empty() && input[0] == char_to_match) {
      return pair<char, string_view>{input[0], input.substr(1)};
    } else {
      throw runtime_error("...");
    }
  };
}
```

一个简单的 parser：第四版




```
template <typename A>
struct Parser {
  virtual pair<A, string_view>
  parse(string_view) = 0;
};
```

```
Parser<char>* pchar(char c) {
  struct CharParser : public Parser<char> {
    char char_to_match;
    CharParser(char char_to_match)
        : char_to_match(char_to_match) {}
    pair<char, string_view> parse(string_view input) override {
      if (!input.empty() && input[0] == char_to_match) {
        return {input[0], input.substr(1)};
      } else {
        throw runtime_error("...");
      }
    }
  };
  return new CharParser(c);
}
```

Combinator 是什么？

- *A "combinator" library is a library designed around combining things to get more complex values of the same type.*
- integer + integer = integer
- list @ list = list // @ is list concat
- Parser ?? Parser = Parser

一些基本的 Parser Combinators

- parser **and_then** parser ==> parser
  - 先运行第一个 parser 进行语法分析
  - 再运行第二个 parser 在剩余的输入上进行语法分析
  - 如果两个都成功了，则将它们的分析结果组成一个 pair 返回

- parser **or_else** parser ==> parser
  - 先运行第一个 parser 进行语法分析，若成功则返回其分析结果
  - 若失败，则运行第二个 parser 进行语法分析并返回其分析结果

- parser **map** (transformer) ==> parser
  - 运行 parser 进行语法分析
  - 若成功，则在其分析结果上应用变换函数 transformer

and_then 组合子

```
template <typename B>
Parser<pair<A, B>>* and_then(Parser<B>* other) {
  struct AndThenParser : public Parser<pair<A, B>> {
    Parser<A>* parser1;
    Parser<B>* parser2;
    AndThenParser(Parser<A>* parser1, Parser<B>* parser2)
        : parser1(parser1), parser2(parser2) {}
    pair<pair<A, B>, string_view> parse(stri                ride {
      auto res1 = parser1->parse(input);
      auto res2 = parser2->parse(res1.second);
      return {{res1.first, res2.first}, res2.second};
    }
  };
  return new AndThenParser(this, other);
}
```

先运行 parser1

res1.second 表示剩余的输入

组成 pair 返回

or_else 组合子

```
Parser<A>* or_else(Parser<A>* other) {
  struct OrElseParser : public Parser<A> {
    Parser<A>* parser1;
    Parser<A>* parser2;
    OrElseParser(Parser<A>* parser1, Parser<A>* parser2)
        : parser1(parser1), parser2(parser2) {}
    pair<A, string_view> parse(string_view input) override {
      try {
        return parser1->parse(input);
      } catch (runtime_error&) {
        return parser2->parse(input);
      }
    }
  };
  return new OrElseParser(this, other);
}
```

先运行 parser1

若失败，则在同样的输入上运行 parser2

map 组合子

从 A 类型变换到 B 类型

```
template <typename B>
Parser<B>* map(function<B(A)> transform) {
  struct MapParser : public Parser<B> {
    Parser<A>* inner_parser;
    function<B(A)> transform;
    MapParser(Parser<A>* inner_parser, function<B(A)> transform)
        : inner_parser(inner_parser), transform(transform) {}
    pair<B, string_view> parse(string_view input) override {
      auto res = inner_parser->parse(input);
      return {transform(res.first), res.second};
    }
  };
  return new MapParser(this, transform);
}
```

分析完成后应用变换

组合这些组合子

```
Parser<char>* one_of(char start, char final) {
  auto parser = pchar(start);
  for (char c = start + 1; c <= final; ++c) {
    parser = parser->or_else(pchar(c));
  }
  return parser;
}
```

识别 start..final 区间中的所有字符

```
one_of('0', '9')
```

识别一个数字；类型为 Parser<char>*

```
one_of('0', '9')->map<int>([](char c) { return c - '0'; })
```

识别一个数字并变换为整型；类型为 Parser<int>*

使用组合子构造四则运算求值器

```
auto pdigit = one_of('0', '9')->map<int>(chr2int);
auto pnumber = pdigit->many1()->map<int>(vec2int);
auto pexpr = new RecParser<int>();
auto pterm = new RecParser<int>();
Parser<int>* atom = pexpr->between(pchar('('), pchar(')'))->or_else(pnumber);
pterm->inner_parser = atom->chain_left(
    pchar('*')
        ->map_throw<intop>(multiplies<int>())
        ->or_else(pchar('/')->map_throw<intop>(divides<int>())));
pexpr->inner_parser = pterm->chain_left(
    pchar('+')
        ->map_throw<intop>(plus<int>())
        ->or_else(pchar('-')->map_throw<intop>(minus<int>())));
```

many1 表示「一个或多个」

RecParser 处理文法中的递归情况

between 表示「夹在两者之间」

chain_left 用来处理左结合的中缀表达式

map_throw 类似 map，但不考虑本来分析出的结果

many 和 many1 组合子

```
Parser<vector<A>>* many() {
  struct ManyParser : public Parser<vector<A>> {
    Parser<A>* inner_parser;
    ManyParser(Parser<A>* inner_parser)
        : inner_parser(inner_parser) {}
    pair<vector<A>, string_view> parse(
      string_view input
    ) override {
      vector<A> vec;
      while (true) {
        try {
          auto res = inner_parser->parse(input);
          vec.push_back(res.first);
          input = res.second;
        } catch (runtime_error&) {
          break;
        }
      }
      return {vec, input};
    }
  };
  return new ManyParser(this);
};
```

many1 通过组合 and_then 和 many 来实现，使用 map 变换分析结果

```
Parser<vector<A>>* many1() {
  return this->and_then(this->many())
      ->template map<vector<A>>(
          [](pair<A, vector<A>> p) {
            p.second.insert(
              p.second.begin(),
              p.first
            );
            return p.second;
          });
}
```

between 组合子

```cpp
template <typename B>
Parser<A>* throw_right(Parser<B>* other) {
  return this->and_then(other)->template map<A>(
      [](pair<A, B> p) { return p.first; });
}

template <typename B>
Parser<B>* throw_left(Parser<B>* other) {
  return this->and_then(other)->template map<B>(
      [](pair<A, B> p) { return p.second; });
}

template <typename B, typename C>
Parser<A>* between(Parser<B>* before, Parser<C>* after) {
  return before->throw_left(this)->throw_right(after);
}
```

throw_right 表示依次进行 this 和 other，但 other 的值不要

throw_left 表示依次进行 this 和 other，但 this 的值不要

between 通过组合 throw_left 和 throw_right 来实现

chain_left 组合子

运算符的类型是接受 2 个 A 类型的参数，返回 1 个 A 类型的值

```
Parser<A>* chain_left(Parser<function<A(A, A)>>* op_parser) {
  struct ChainLeftParser : public Parser<A> {
    Parser<A>* inner_parser;
    Parser<function<A(A, A)>>* op_parser;
    ChainLeftParser(Parser<A>* inner_parser,
                    Parser<function<A(A, A)>>* op_parser)
        : inner_parser(inner_parser), op_parser(op_parser) {}
    pair<A, string_view> parse(string_view input) override {
      auto res = inner_parser->parse(input);
      auto acc = res.first;
      input = res.second;
      while (true) {
        try {
          auto op = op_parser->parse(input);
          auto res = inner_parser->parse(op.second);
          acc = op.first(acc, res.first);
          input = res.second;
        } catch (runtime_error&) {
          break;
        }
      }
      return {acc, input};
    }
  };
  return new ChainLeftParser(this, op_parser);
}
```

先分析第一个运算分量

反复使用 op_parser 和 inner_parser 分析运算符和下一个运算分量，并通过 op_parser 的分析结果进行合并

也可以使用 and_then、many、map 组合子来实现

使用组合子构造四则运算求值器

```cpp
template <typename A>
struct RecParser : public Parser<A> {
  Parser<A>* inner_parser;
  pair<A, string_view> parse(string_view input) override {
    return inner_parser->parse(input);
  }
};
```

RecParser 是对 Parser 的简单包装，用来实现「延迟绑定」，从而实现文法的递归情况

```cpp
auto pdigit = one_of('0', '9')->map<int>(chr2int);
auto pnumber = pdigit->many1()->map<int>(vec2int);
auto pexpr = new RecParser<int>();
auto pterm = new RecParser<int>();
Parser<int>* atom = pexpr->between(pchar('('), pchar(')'))->or_else(pnumber);
pterm->inner_parser = atom->chain_left(
    pchar('*')
        ->map_throw<intop>(multiplies<int>())
        ->or_else(pchar('/')->map_throw<intop>(divides<int>())));
pexpr->inner_parser = pterm->chain_left(
    pchar('+')
        ->map_throw<intop>(plus<int>())
        ->or_else(pchar('-')->map_throw<intop>(minus<int>())));
```

Pratt Parsing

- **问题：处理运算符的优先级和左右结合性通常比较繁琐**
- 「Binding Power」：给每个运算符一对数值 (lp, rp)，对于每个运算分量，如果它左边算符的 rp 比右边算符的 lp 大，则向左结合；反之，则向右结合
- 例如，给 +、- 的 BP 为 (1,2)，给 *、/ 的 BP 为 (3,4)：

  - 对第二个运算分量 b，应该向右结合
  - 对第三个运算分量 c，应该向左结合
  - 对第四个运算分量 d，应该向左结合

a+((b*c)*d)+e

支持 Pratt Parsing 的组合子

```
Parser<A>* chain(
  Parser<tuple<function<A(A, A)>, int, int>>* op_parser
) {
  struct ChainParser : public Parser<A> {
    ...
    pair<A, string_view> parse_bp(string_view input, int min_bp) {
      auto res = inner_parser->parse(input);
      auto acc = res.first;
      input = res.second;
      while (true) {
        try {
          auto op = op_parser->parse(input);
          auto op_func = get<0>(op.first);
          int l_bp = get<1>(op.first), r_bp = get<2>(op.first);
          if (l_bp < min_bp) { break; }
          auto res = parse_bp(op.second, r_bp);
          acc = op_func(acc, res.first);
          input = res.second;
        } catch (runtime_error&) {
          break;
        }
      }
      return {acc, input};
    }
  };
  return new ChainParser(this, op_parser);
}
```

额外返回运算符的 Binding Power（两个整数）

记录当前正在分析的部分「之前」的运算符的「右侧」Binding Power

如果 min_bp 更大，则意味着前面的运算分量要向左结合，所以终止当前分析

否则，意味这它需要向右结合，以当前算符的 r_bp 为新的 min_bp 往后进行分析

支持 Pratt Parsing 的组合子

无需区分 Expr 和 Term，也方便扩展更多运算符

```
pexpr->inner_parser =
    atom->chain(pchar('+')
                    ->map_throw<tuple<intop, int, int>>({plus<int>(), 1, 2})
                ->or_else(pchar('-')->map_throw<tuple<intop, int, int>>(
                    {minus<int>(), 1, 2}))
                ->or_else(pchar('*')->map_throw<tuple<intop, int, int>>(
                    {multiplies<int>(), 3, 4}))
                ->or_else(pchar('/')->map_throw<tuple<intop, int, int>>(
                    {divides<int>(), 3, 4})));
```